L'ALGORITMO GIULIANO DEL SOLE (*Metodo JDE*[i])

MARIO CODEBO'

Archeoastronomia Ligustica; I.I.S.L.; S.I.A.;
www.archaeoastronomy.i
info@archaeoastronomy.it

A differenza del *Metodo Nautico*, già descritto in passato sugli Atti del I seminario A.L.S.S.A. (Codebò 1997b, pp. 39 - 109), il *Metodo del Giorno Giuliano*[ii] (*Metodo JDE*[iii]) offre il vantaggio di calcolare l'azimut del Sole e la declinazione sottesa dall'allineamento archeoastronomico senza richiedere l'uso di alcun almanacco astronomico. Bastano:

1) la data, espressa in Giorni Giuliani *JDE*, in cui è stata eseguita la misurazione;

2) le coordinate geografiche del sito: latitudine = φ° e longitudine = λ°;

3) l'altezza osservata *ho*° con tutte le sue note correzioni *Q*, *R*°, *Sd*°, *P*°;

4) l'angolo misurato istrumentalmente *Ai*°.

I risultati hanno una precisione nominale di ± 0°00'36", pressoché uguale a quella ottenibile con il *Metodo Nautico* - che però richiede l'uso dell'almanacco astronomico - e decisamente inferiore a quella ottenibile (nominalmente: 0,01") con le estremamente più complesse teorie VSOP 82 od 87[iv].

Il *Metodo del Giorno Giuliano JDE* è poco adatto al calcolo non programmato, perché, data la complessità delle sue formule, causa facilmente errori di scrittura. E' invece particolarmente adatto alla programmazione, sia con le calcolatrici, sia con i fogli di calcolo (tipo Excel), sia con i linguaggi informatici tipo Basic, Fortran, ecc.: utilizzando la programmazione, basta introdurre i pochi valori d'input richiesti per ottenere in alcuni secondi i risultati. E' quindi molto più veloce del *Metodo Nautico* (che però è più agevole e sicuro quando non si opera per mezzo della programmazione perché più difficilmente causa errori e, quando ciò avviene, ci se ne accorge facilmente).

Per cominciare, si scrive la data nella forma di anno *AAAA*, mese *MM*, giorno *DD* e ore in forma di decimali *dddd* del giorno: *AAAAMMDDdddd*[v]. Per trasformare le ore sessagesimali in decimali basta dividerle per 24. Analogamente, per trasformare le ore decimali in sessagesimali basta moltiplicarle per 24. Si calcola poi il Giorno Giuliano *JDE* con una delle formule riportate più avanti, nelle quali *INT* significa la sola parte intera di un numero, mentre i decimali si trascurano. Per esempio, in *INT* 3,14 la parte intera è 3 che viene utilizzato nel calcolo successivo, mentre 0,14 è la parte decimale da omettere. Nelle calcolatrici scientifiche esiste un'apposita funzione *INT*.

Il Giorno Giuliano *JDE* è una numerazione molto usata nei calcoli astronomici e creata nel 1582 dall'umanista Joseph Juste Scaliger, detto Scaligero. Parte dal mezzogiorno *TD* (= Universal Time, ossia sul meridiano di Greenwich) del 1 gennaio 4713 a.C., cui corrisponde *JDE* = 0 e va avanti all'infinito. Il *JDE* del 01/01/2000 ore 12 *UTC*[vi] è 2451545,0. Le seguenti quattro formule - tratte da Meeus 1990, cap. III, e 2005, cap. 7 - sono valide per qualsiasi Giorno Giuliano positivo, ma non per i Giorni Giuliani negativi (ossia antecedenti al 01/01/4713 *UTC* 12h 00m 00s a.C.). Si ricordi inoltre che nei calcoli astronomici, a differenza della cronologia storica, esiste l'anno 0 (zero) tra l'anno 1 a.C. e l'anno 1 d. C. e che gli anni d. C. sono indicati come anni positivi preceduti dal segno +, a partire dall'anno +1 e quelli a.C. sono indicati come anni negativi preceduti dal segno - a partire dall'anno 0. Perciò, l'anno 1 d. C. sarà indicato come +1 e l'anno 1 a.C. sarà indicato come anno 0; l'anno 2 d.C. sarà indicato come +2 e l'anno 2 a.C. come -1; ecc. In pratica, gli anno d.C. della cronologia storica sono identici a quelli della cronologia astronomica, mentre quelli a.C. della cronologia storica sono uno in più rispetto a quelli della cronologia astronomica perché quest'ultima parte dall'anno 0 che non esiste nella cronologia storica.

Se la data da calcolare in *JDE* è uguale o posteriore al 15/10/1582 (inizio del calendario gregoriano) ed il mese MM è compreso tra marzo (MM = 03) e dicembre (MM = 12), si usa il seguente algoritmo:

INT [365,25 × (AAAA + 4716)] + INT [30,6001 × (MM + 1)] + DD,dddd[vii] + {2 - INT (AAAA ÷ 100) + INT [(AAAA ÷ 100) ÷ 4]} - 1524,5

Se tale data è anteriore al 15/10/1582 ed il mese MM è compreso tra marzo (MM = 03) e dicembre (MM = 12), si usa il seguente algoritmo:

INT [365,25 × (AAAA + 4716)] + INT [30,6001 × (MM + 1)] + DD,dddd - 1524,5

Se tale data è uguale o posteriore al 15/10/1582 ed il mese MM è gennaio (MM = 01) o febbraio (MM = 02) si usa il seguente algoritmo:

INT [365,25 × (AAAA - 1 + 4716)] + INT [30,6001 × (MM + 12 + 1)] + DD,dddd + {2 - INT [(AAAA - 1) ÷ 100] + INT {[(AAAA - 1) ÷ 100] ÷ 4}} - 1524,5

Se la data è anteriore al 15/10/1582 ed il mese MM è gennaio (MM = 01) o febbraio (MM = 02) si usa il seguente algoritmo:

INT [365,25 × (AAAA - 1 + 4716)] + INT [30,6001 × (MM + 12 + 1)] + DD,dddd - 1524,5

Si calcola poi il tempo *T* in Secoli Giuliani (in archeoastronomia praticamente sempre un numero negativo!) che intercorre tra il *JDE* dell'epoca standard J2000,0[viii] = 2451545,0 ed il *JDE* della data della misurazione, ottenuto con quella appropriata delle quattro precedenti formule:

T = (JDE - 2451545,0) ÷ 36525

Si calcola la longitudine geometrica media *Lm* del Sole, riferita all'equinozio medio della data:

$Lm° = 280,46646° + 36000,76983° \times (T) + 0,0003032° \times (T)^2$

Si calcola l'anomalia media *M* del Sole:

$M° = 357,52911° + 35999,05029° \times (T) - 0,0001537° \times (T)^2$

Si calcola l'equazione del centro *C* del Sole:

$C° = [1{,}914602° - 0{,}004817° \times (T) - 0{,}000014° \times (T)^2] \times \text{sen } M° + [0{,}019993° - 0{,}000101° \times (T)] \times \text{sen } (2 \times M°) + 0{,}000289° \times \text{sen } (3 \times M°)$

Si calcola la longitudine vera *Lv* del Sole:

$Lv° = Lm° + C°$

Si calcola la longitudine apparente *La* del Sole:

$La° = Lv° - 0{,}00569° - 0{,}00478° \times \text{sen } (125{,}04° - 1934{,}136° \times T)$

Si calcola l'obliquità dell'eclittica *ε* con la formula di Laskar:

$\varepsilon° = 23°26'21{,}448'' - 0°00'4680{,}93'' \times (U) - 0°00'01{,}55'' \times (U)^2 + 0°00'1999{,}25'' \times (U)^3 - 0°00'51{,}38'' \times (U)^4 - 0°00'249{,}67'' \times (U)^5 - 0°00'39{,}05'' \times (U)^6 + 0°00'07{,}12'' \times (U)^7 + 0°00'27{,}87'' \times (U)^8 + 0°00'05{,}79'' \times (U)^9 + 0°00'02{,}45'' \times (U)^{10}$

dove $U = T \div 100$

Notare che 23°26'21,448" è l'obliquità dell'eclittica al J2000,0, data standard di riferimento (le precedenti date standard di riferimento furono quelle del 1950 e del 1900. La prossima sarà quella del 2050). Il presente algoritmo del *Metodo JDE* è utilizzabile solo con la data standard J2000,0, perché per altre date standard cambiano i coefficienti numerici! *U* è un'unità di tempo in cui 1 = 10000 anni, 0,9 = 9000 anni, ecc. prima (segno -) o dopo (segno +) la data dell'equinozio standard J2000,0. Perciò, a titolo di esempio, nell'8000 a.C. (ossia 10000 anni prima del 2000 d. C.) U = -1, nel 7000 a. C. (ossia 7000 anni prima del 2000 d. C.) U = -0,9; nel 1000 d. C. (ossia 1000 anni prima del 2000 d. C.) U = -0,1; nel sec. XIX d. C. U = -0,01; nel 3500 d. C. U = +0,15, ecc. Di fatto e come detto sopra, U si calcola con la seguente formula:

$U = T \div 100$

Gli anni del passato hanno segno - e quelli del futuro hanno segno +.

Si calcola ora la declinazione $\delta\odot°$ del Sole:

$\delta\odot° = \text{arcsen } (\text{sen } \varepsilon° \times \text{sen } La°)$.

Si calcola l'eccentricità *Ec* dell'orbita terrestre:

$Ec = 0{,}016708634 - 0{,}000042037 \times (T) - 0{,}0000001267 \times (T)^2$.

Si calcola l'equazione del tempo medio *ET* (in cui ET = tv - tm), ottenendola, con questa formula, in radianti[ix]:

$ET \text{ rad} = [\tan (\varepsilon \div 2)]^2 \times \text{sen } (2 \times Lm) - 2 \times Ec \times \text{sen } M + (4 \times Ec) \times [\tan (\varepsilon \div 2)]^2 \times \text{sen } M \times \cos (2 \times Lm) - (1 \div 2) \times [\tan (\varepsilon \div 2)]^4 \times \text{sen } (4 \times Lm) - (5 \div 4) \times (Ec)^2 \times \text{sen } (2 \times M)$.

Notare che *ET* è qui data come tempo vero locale *tv* meno tempo medio locale *tm*[x]: ET = tv - tm. E' quindi l'equazione del tempo medio. Secondo un'altra convenzione, ugualmente valida e seguita nelle Effemeridi Nautiche Italiane dell'I.I.M., ET = tm - tv cioè ET = equazione del tempo vero. Ma nell'algoritmo del *Metodo JDE* deve sempre essere considerata come ET = tv - tm.

Si trasforma *ET* radianti in gradi sessagesimali:

$ET° = (180° \times ET \text{ rad}) \div \pi$

dove il valore π (P greco), con undici cifre decimali, è 3,14159265359.

Si calcola in gradi sessagesimali l'angolo orario $H\odot°$ del Sole:

$H\odot° = [(UTC - 12h00m00s) \times 15] - (\pm \lambda°) + (\pm ET°)$

dove *UTC* è il Tempo Coordinato Universale in ore *h*, minuti *m* e secondi *s* dell'osservazione locale *tm* ridotta al fuso orario di Greenwich. La moltiplicazione di *UTC* per 15 trasforma *UTC* in gradi sessagesimali.

A differenza di quanto avviene nel *Metodo Nautico*, qui la longitudine del luogo di osservazione va inserita col segno - se è orientale (λ°E = -) e col segno + se è occidentale (λ°W = +).

La formula di *H*⊙° qui sopra si utilizza quando ET = tv - tm. Se ET = tm - tv (ma in tal caso vanno invertiti i segni della formula per il calcolo di ET), allora:

H⊙° = [(UTC – 12h00m00s) × 15] - (± λ°) - (±ET°)

Tuttavia, come detto sopra, nel *Metodo JDE* è sempre ET = tv - tm.

Si calcola l'altezza geometrica *h*⊙° del centro del Sole:

h⊙° = arcsen (sen φ° × sen δ⊙° + cos φ° × cos δ⊙° × cos H⊙°)

Notare che φ° è la latitudine del luogo di osservazione, positiva verso il Polo Nord e negativa verso il Polo Sud partendo dall'equatore.

Si calcola l'azimut *A*⊙° del Sole, contato dal punto cardinale Nord, calcolando prima:

$A⊙°_1$ = arcos [(sen δ⊙° - sen φ° × sen h⊙°) ÷ (cos φ° × cos h⊙°)]

oppure:

$A⊙°_1$ = arcos [(sen φ° × cos Z° - sen δ⊙°) ÷ (cos φ° × cos Z°)]

se si utilizza la distanza zenitale Z° = 90° - h⊙°

Poi:

A⊙° = $A⊙°_1$ se H⊙° > 180°

e

A⊙° = 360° - $A⊙°_1$ se H⊙° < 180°

Con quest'ultima formula (in cui l'azimut *A*⊙° è contato da Nord in senso orario, ossia: N = 360° = 0°; E = 90°; S = 180°; W = 270°) si ottiene l'azimut del Sole *A*⊙° nell'istante della misurazione.

Si calcola quindi l'azimut *Aa*° dell'allineamento sommando algebricamente ad *A*⊙° l'angolo istrumentale (ossia misurato con lo strumento) *Ai*°:

Aa° = A⊙° + (± Ai°)

Per inserire correttamente nella formula il valore ±*Ai*° basta ricordare che, se il Sole non ha ancora oltrepassato l'asse definito dall'allineamento delle paline, occorre aggiungere l'angolo *Ai* all'azimut calcolato del Sole *A*⊙, ovvero premettere ad *Ai* il segno +. Se invece il Sole ha già oltrepassato il suddetto asse, l'angolo *Ai* va sottratto all'azimut calcolato *A*⊙° del Sole, ovvero gli si deve premettere il segno -. Ci si può aiutare con la bussola prendendo speditivamente una misura di azimut magnetico/bussola *Ab* che dia un'idea anche grossolana dell'azimut dell'allineamento. Per esempio, essendo A⊙° = 248°15'24" e Ai° = 181,35g = 163°12'54", se Ab° = 83°30', allora Aa° = 248°15'24" - 163°12'54" = 85°02'30". Essendo invece A⊙° = 255°23'35" e Ai° = 400^g[xi] - $390,65^g$ = $9,35^g$ = 8°24'54", poiché Ab° = 263°30', allora A⊙° = 255°23'35" + 8°24'54" = 263°48'29". Cioè: la misura dell'azimut dell'allineamento presa con la bussola, sebbene affetta dalla declinazione magnetica e da eventuali anomalie magnetiche locali, dà un'idea approssimata del risultato che si deve ottenere con i calcoli.

N.B.: per trasformare i gradi centesimali ^{g} in sessagesimali °, basta moltiplicare i primi per (360° ÷ 400^g) e, all'opposto, per trasformare i gradi sessagesimali ° in gradi centesimali ^{g}, basta moltiplicarli per (400^g ÷ 360°).

Es.: 0^g - $181,35^g$ = -$181,35^g$ × (360° ÷ 400^g) = -163°12'54" (senso orario sul cerchio azimutale dello strumento di misurazione); 400^g - $390,65^g$ = +$9,35^g$ × (360° ÷ 400^g) = +8°24'54" (senso antiorario sul cerchio azimutale dello strumento di misurazione)[xii].

Es.: -163°12'54" × (400^g ÷ 360°) = -$181,35^g$;

+8°24'54" × (400^g ÷ 360°) = +$9,35^g$.

Ciò è giustificato dal fatto che nel primo caso è stato misurato strumentalmente un angolo maggiore di quello azimutale del Sole e nel secondo caso un angolo minore.

Si trasforma poi l'altezza osservata (con l'inclinometro o con il cerchio zenitale del teodolite) *ho°* in altezza vera *hv°★* di un astro qualsiasi correggendo *ho°* soltanto per la depressione dell'orizzonte e per la rifrazione *R°* (calcolata con le apposite formule o presa dalle apposite tavole):

hv°★ = ho° - 0,03 × √Q – R°

La misura della rifrazione atmosferica *R* è uno dei problemi più difficili dell'astronomia osservativa. Poiché per la sua misura esatta dovremmo conoscere pressione atmosferica, temperatura e umidità relativa di tutte le masse d'aria che il raggio di luce dell'astro percorre dal suo ingresso nell'atmosfera fino all'occhio dell'osservatore, ci si deve accontentare di una misura approssimata basata sulla pressione atmosferica e sulla temperatura al suolo nel luogo dell'osservazione. Esistono molte formule e quasi tutte complesse per calcolarla (Flora 1987, cap. XIII; Smart 1977, cap. III; Zagar 1984, cap. X), ma tutte sono valide solo per altezze dell'astro sull'orizzonte di almeno 5° o più. Conviene quindi utilizzare apposite e pratiche tabelle, come quelle dell'Istituto Idrografico della Marina Militare Italiana (I.I.M. 1961, tab. 22, p. 160). In alternativa, si può usare la facile formula di Bennet (Meeus 2005, cap. 16) per la quale però bisogna dotarsi di barometro e termometro:

R'_1 = 1 ÷ (tan (ho° + (7,31 ÷ (ho° + 4,4)))

Si trasforma R' in R° e lo s'inserisce fra parentesi nel membro a destra della seguente formula, il cui risultato è ancora in primi d'arco:

R'_2 = -0,06 × sen (14,7 × R° + 13)

Poiché la formula di Bennet è concepita per i valori standard di pressione p = 1010 mb e temperatura t = 10°C, si moltiplica il risultato trovato R'_2 per la pressione atmosferica *p* espressa in millibar *mb* e la temperatura *t* espressa in gradi Celsius, misurate entrambe *in loco* al momento dei rilievi:

p ÷ 1010 × 283 ÷ (273 + t)

La depressione dell'orizzonte è data dalla formula

0,03 × √Q

dove √ è la radice quadrata e *Q* è l'altezza dell'occhio dell'osservatore in metri, comprensiva della quota sopra il livello del mare e dell'altezza dell'occhio dell'osservatore rispetto al suolo[xiii].

Se dal successivo calcolo della declinazione *δa°* sottesa dall'allineamento si riscontrano valori compresi entro l'ampiezza delle declinazioni del Sole (tra 0°00'00" e ±23,5°) o della Luna (tra 0°00'00" e ±23,5° ±5°09' = ±29,6° oppure ±18,3°[xiv]), si ripete il calcolo dell'altezza vera *hv°* inserendo anche i valori di semidiametro *Sd°* (preso giornalmente dagli almanacchi, o, in mancanza di essi, assumendo un semidiametro medio, sostanzialmente uguale sia per il Sole che per la Luna, pari a 0°16'00"[xv]) e di parallasse orizzontale equatoriale media *P°*, pari a 0°00'08,794148" per il Sole e 0°57'02,7" per la Luna[xvi].

Il semidiametro *Sd°* va aggiunto se si vuole la levata od il tramonto del lembo inferiore di Sole e Luna e va sottratto se si vuole invece la levata od il tramonto del loro lembo superiore. Ciò è intuitivamente evidente perché la formula senza la correzione per il semidiametro si riferisce al centro geometrico del disco apparente di Sole o di Luna.

La formula di base per la trasformazione di un'altezza apparente *ho°* in altezza vera *hv°* è quella utilizzata nel *Metodo Nautico* (Codebò 1997b):

hv° = ho° - 0,03 × √Q – R° ± Sd° + P° cos ho°

semplice, sufficientemente precisa per tutti gli usi e che tiene conto della variazione della parallasse equatoriale orizzontale media *P°* in funzione dell'altezza osservata *ho°*, moltiplicando la prima per il coseno della seconda. Ma per una maggiore precisione occorre tenere conto, almeno per la Luna, anche della latitudine dell'osservatore, trasformando la parallasse equatoriale orizzontale media *P°* in parallasse locale in altezza.

Allo scopo, si possono usare pressoché indifferentemente - differendo tra loro nel risultato per soli 0°00'00,03" - due formule per il calcolo preciso dell'altezza vera *hv°*:

la "*formula nautica*" (Flora 1987, cap. XIII):

$$hv^\circ = ho^\circ - 0{,}03 \times \sqrt{Q} - R^\circ \pm Sd^\circ \times [1 + \mathrm{sen}\,(ho^\circ - 0{,}03 \times \sqrt{Q} - R^\circ) \times \mathrm{sen}\,P^\circ] + [P^\circ - P^\circ \times (1 \div 298{,}257) \times (\mathrm{sen}\,\varphi^\circ)^2] \times \cos\,(ho^\circ - 0{,}03 \times \sqrt{Q} - R^\circ)$$

oppure la "*formula geodetica*" (Meeus 2005, capp. 11 e 40):

$$hv^\circ = ho^\circ - 0{,}03 \times \sqrt{Q} - R^\circ \pm Sd^\circ \times \{1 + \mathrm{sen}\,[ho^\circ - 0{,}03 \times \sqrt{Q} - R^\circ] \times \mathrm{sen}\,P^\circ\} + \mathrm{arcsen}\,\{[0{,}9983271 + 0{,}0016764 \times \cos\,(2 \times \varphi^\circ) - 0{,}0000035 \times \cos\,(4 \times \varphi^\circ)] \times \mathrm{sen}\,P^\circ \times \cos\,(ho^\circ - 0{,}03 \times \sqrt{Q} - R^\circ)\}$$

Nel caso che si sospettino allineamenti verso uno dei cinque pianeti visibili ad occhio nudo, mancando di fatto per essi un semidiametro apparente, la formula dell'altezza vera diventa[xvii]:

"*formula nautica*"

$$hv^\circ = ho^\circ - 0{,}03 \times \sqrt{Q} - R^\circ + [P^\circ - P^\circ \times (1 \div 298{,}257) \times (\mathrm{sen}\,\varphi^\circ)^2] \times \cos\,(ho^\circ - 0{,}03 \times \sqrt{Q} - R^\circ)$$

oppure

"*formula geodetica*"

$$hv^\circ = ho^\circ - 0{,}03 \times \sqrt{Q} - R^\circ + \mathrm{arcsen}\,\{[0{,}9983271 + 0{,}0016764 \times \cos\,(2 \times \varphi^\circ) - 0{,}0000035 \times \cos\,(4 \times \varphi^\circ)] \times \mathrm{sen}\,P^\circ \times \cos\,(ho^\circ - 0{,}03 \times \sqrt{Q} - R^\circ)\}$$

Di fatto, nella programmazione dell'algoritmo, conviene usare una sola formula (a piacere tra quella *nautica* e quella *geodetica*) completa di tutti i parametri *ho°*, *Q*, *Sd°* e *P°* in luogo di più formule ed introdurre poi il valore 0 (zero) nei casi in cui non interessi tenere conto di qualcuno di essi (per es. di *Sd°* e *P°* nel caso di stelle e *Sd°* nel caso di pianeti, ecc.).

Si calcola poi, in funzione dell'altezza vera *hv°*, la declinazione *δa°* sottesa dall'azimut dell'allineamento *Aa°* alla data della misurazione:

$$\delta a^\circ = \mathrm{arcsen}\,(\mathrm{sen}\,\varphi^\circ \times \mathrm{sen}\,hv^\circ + \cos\,\varphi^\circ \times \cos\,hv^\circ \times \cos\,Aa^\circ)$$

Si rammenti che:

a) i limiti estremi delle declinazioni solari $\delta\odot^\circ$ oscillano tra +23°26'21,448" al solstizio d'estate e -23°26'21,448" al solstizio d'inverno al 01/01/2000 d. C.;

b) agli equinozi $\delta\odot^\circ$ è sempre, in qualsiasi data ed epoca, 0°00'00";

c) le declinazioni della Luna oscillano ogni 6798 giorni = 18,61 anni tra ±29°35'21" ai lunistizi estremi e ±18°17'21" ai lunistizi intermedi (valori esatti per il J2000,0)[xviii]. Vale a dire che la Luna ogni circa nove anni raggiunge e non supera le declinazioni ±18°17'21" e nove anni dopo (o prima) le declinazioni ±29°35'21". Come si è detto, questi sono i valori esatti al 01/01/2000 d. C. I valori nelle altre date sono trovati con la formula di Laskar che conclude l'algoritmo del *Metodo JDE*;

d) le declinazioni che eccedono questi valori estremi sono, salvo errori di calcolo, declinazioni stellari.

Aa° è contato da Nord in senso orario (N = 360° = 0°; E = 90°; S = 180°; W = 270°). In alternativa - ma non è consigliabile! - si può contare *Aa°* da Sud nel senso orario (S = 360° = 0°; W = 90°; N = 180°; E = 270°). In tal caso la formula per il calcolo della declinazione sottesa dall'allineamento *δa°* diventa:

$$\delta a^\circ = \mathrm{arcsen}\,(\mathrm{sen}\,\varphi^\circ \times \mathrm{sen}\,hv^\circ - \cos\,\varphi^\circ \times \cos\,hv^\circ \times \cos\,Aa^\circ)$$

Si può anche usare la distanza zenitale $Z° = 90° - hv°$ in luogo di $hv°$. In questo caso le formule diventano, rispettivamente:

$\delta a° = \arcsin (\text{sen}\ \varphi° \times \cos Z° + \cos \varphi° \times \cos Z° \times \cos Aa°)$

se $Aa°$ è contato da Nord e:

$\delta a° = \arcsin (\text{sen}\ \varphi° \times \cos Z° - \cos \varphi° \times \cos Z° \times \cos Aa°)$

se $Aa°$ contato da Sud.

Otteniamo così la declinazione sottesa dall'azimut del monumento (ovvero dall'allineamento misurato $Aa°$) $\delta a°$ alla data della misurazione. Con la formula di Laskar, si calcola infine la declinazione $\delta a°_U$ sottesa dall'azimut $Aa°$ all'epoca in cui il monumento fu costruito (beninteso: conoscendone la datazione con la maggiore precisione possibile):

$\delta a°_1 = \delta a° - 1°18'00{,}93'' \times (U) - 0°00'01{,}55'' \times (U)^2 + 0°33'19{,}25'' \times (U)^3 - 0°00'51{,}38'' \times (U)^4 - 0°04'09{,}67'' \times (U)^5 - 0°00'39{,}05'' \times (U)^6 + 0°00'07{,}12'' \times (U)^7 + 0°00'27{,}87'' \times (U)^8 + 0°00'05{,}79'' \times (U)^9 + 0°00'02{,}45'' \times (U)^{10}$

dove, ancora una volta, $U = T \div 100$.

Si noti che, a differenza della formula di Laskar usata prima per calcolare $\delta\odot°$ nell'istante della misurazione, qui vanno introdotti i valori di $\delta a°$ trovati. Il risultato sarà il valore $\delta a°_U$ di $\delta a°$ all'epoca in cui l'allineamento fu creato. Per effetto della precessione planetaria, nell'arco di circa 41000 anni le declinazioni del Sole non superano i valori estremi di circa ±24,4° e quelli della Luna di circa ±24,4° ±5,15°=29,55° e ±19,25°. Valori superiori, sia positivi che negativi, sono declinazioni stellari che impongono l'identificazione della stella sottesa mediante le procedure di calcolo della sua posizione apparente. In pratica conviene possedere dei tabulati, precalcolati per lunghi intervalli di tempo per es. ogni cinquecento anni, delle posizioni apparenti delle principali stelle e determinare poi con precisione la posizione apparente di quelle poche la cui declinazione si avvicina maggiormente a quella $\delta a°_U$ ottenuta. Si rammenti che nella classificazione di Tolomeo, le stelle di I grandezza sono 20, quelle di II sono circa 60 e quelle di III circa 200 in entrambi gli emisferi. Allo stato attuale delle nostre conoscenze, sembra assai poco probabile che in antico si orientassero monumenti verso stelle di grandezza inferiore alla III tolemaica. Quindi, il tabulato può ragionevolmente limitarsi ad esse, compresi alcuni asterismi particolarmente evidenti come le Pleiadi, le Iadi e simili. La declinazione $\delta a°$ deve sempre essere introdotta come valore assoluto positivo e solo dopo il calcolo le deve essere attribuito il segno + o - che le compete. Diversamente, la formula fornisce valori errati. U è la solita unità di tempo in cui 1 = 10000 anni dal J2000,0 d. C., ecc., ovvero $T \div 100$, dove $T = (JDE - 2451545{,}0) \div 36525$.[xix]

Ecco qui di seguito la sequenza dell'intero algoritmo scrivibile in un linguaggio di programmazione.

JDE = INT [365,25 × (AAAA + 4716)] + INT [30,6001 × (MM + 1)] + DD,dddd[xx] + {2 - INT (AAAA ÷ 100) + INT [(AAAA ÷ 100) ÷ 4]} - 1524,5

oppure:

JDE = INT [365,25 × (AAAA + 4716)] + INT [30,6001 × (MM + 1)] + DD,dddd - 1524,5

oppure:

INT [365,25 × (AAAA - 1 + 4716)] + INT [30,6001 × (MM + 12 + 1)] + DD,dddd + {2 - INT [(AAAA - 1) ÷ 100] + INT {[(AAAA - 1) ÷ 100] ÷ 4}} - 1524,5

oppure:

JDE = INT [365,25 × (AAAA - 1 + 4716)] + INT [30,6001 × (MM + 12 + 1)] + DD,dddd - 1524,5

T = (JDE - 2451545,0) ÷ 36525

$$Lm° = 280,46646° + 36000,76983° \times (T) + 0,0003032° \times (T)^2$$

$$M° = 357,52911° + 35999,05029° \times (T) - 0,0001537° \times (T)^2$$

$$C° = [1,914602° - 0,004817° \times (T) - 0,000014° \times (T)^2] \times \text{sen } M° + [0,019993° - 0,000101° \times (T)] \times \text{sen } (2 \times M°) + 0,000289° \times \text{sen } (3 \times M°)$$

$$Lv° = Lm + C$$

$$La° = Lv - 0,00569° - 0,00478° \times \text{sen } (125,04° - 1934,136° \times T)$$

$$\varepsilon° = 23°26'21,448'' - 0°00'4680,93'' \times (T \div 100) - 0°00'01,55'' \times (T \div 100)^2 + 0°00'1999,25'' \times (T \div 100)^3 - 0°00'51,38'' \times (T \div 100)\hat{}4 - 0°00'249,67'' \times (T \div 100)\hat{}5 - 0°00'39,05'' \times (T \div 100)\hat{}6 + 0°00'07,12'' \times (T \div 100)\hat{}7 + 0°00'27,87'' \times (T \div 100)\hat{}8 + 0°00'05,79'' \times (T \div 100)\hat{}9 + 0°00'02,45'' \times (T \div 100)\hat{}10$$

$$\delta\odot° = \text{arcsen } (\text{sen } \varepsilon° \times \text{sen } La°)$$

$$Ec = 0,016708634 - 0,000042037 \times (T) - 0,0000001267 \times (T)^2$$

ET hms[xxi] $= \{[\tan (\varepsilon \div 2)]^2 \times \text{sen } (2 \times Lm°) - 2 \times Ec \times \text{sen } M° + (4 \times Ec) \times [\tan (\varepsilon° \div 2)]^2 \times \text{sen } M° \times \cos (2 \times Lm°) - (1 \div 2) \times [\tan (\varepsilon° \div 2)]\hat{}4 \times \text{sen } (4 \times Lm°) - (5 \div 4) \times (Ec)^2 \times \text{sen } (2 \times M°)\} \times 180° \div 3,14159265359 \div 15$

$H\odot° = [(UTC - 12h00m00s) \times 15] - (\pm\lambda°) + (ET\ hms \times 15)$[xxii]

$$h\odot° = \text{arcsen } (\text{sen } \varphi° \times \text{sen } \delta\odot° + \cos \varphi° \times \cos \delta\odot° \times \cos H\odot°)$$

$$A\odot°_1 = \text{arcos } [(\text{sen } \delta\odot° - \text{sen } \varphi° \times \text{sen } h\odot°) \div (\cos \varphi° \times \cos h\odot°)]$$

$$A\odot° = A\odot°_1 \text{ se } H\odot° > 180°$$

$$A\odot° = 360° - A\odot°_1 \text{ se } H\odot° < 180°$$

$$Aa° = A\odot° + (\pm Ai°)$$

$$Hv°\bigstar = ho° - 0,03 \times \sqrt{Q} - R°$$

per i pianeti:

$$hv°\bullet = ho° - 0,03 \times \sqrt{Q} - R° + [P° - P° \times (1 \div 298,257) \times (\text{sen } \varphi°)^2] \times \cos (ho° - 0,03 \times \sqrt{Q} - R°)$$

oppure

$$hv°\bullet = ho° - 0,03 \times \sqrt{Q} - R° + \text{arcsen } \{[0,9983271 + 0,0016764 \times \cos (2 \times \varphi°) - 0,0000035 \times \cos (4 \times \varphi°)] \times \text{sen } P° \times \cos (ho° - 0,03 \times \sqrt{Q} - R°)\}$$

e, nel caso di declinazioni compatibili con il Sole o con la Luna o meglio, in tutti i casi (ponendo = 0 quei parametri che non interessano[xxiii]):

$$hv° = ho° - 0,03 \times \sqrt{Q} - R° \pm Sd° \times [1 + \text{sen } (ho° - 0,03 \times \sqrt{Q} - R°) \times \text{sen } P°] + [P° - P° \times (1 \div 298,257) \times (\text{sen } \varphi°)^2] \times \cos (ho° - 0,03 \times \sqrt{Q} - R°)$$

oppure:

$$hv° = ho° - 0,03 \times \sqrt{Q} - R° \pm Sd° \times \{1 + \text{sen } [ho° - 0,03 \times \sqrt{Q} - R°] \times \text{sen } P°\} + \text{arcsen } \{[0,9983271 + 0,0016764 \times \cos (2 \times \varphi°) - 0,0000035 \times \cos (4 \times \varphi°)] \times \text{sen } P° \times \cos (ho° - 0,03 \times \sqrt{Q} - R°)\}$$

$$\delta a° = \text{arcsen } (\text{sen } \varphi° \times \text{sen } hv° + \cos \varphi° \times \cos hv° \times \cos Aa°)$$

$$\delta a°_1 = \delta a° - 1°18'00,93'' \times (U) - 0°00'01,55'' \times (U)^2 + 0°33'19,25'' \times (U)^3 - 0°00'51,38'' \times (U)\hat{}4 - 0°04'09,67'' \times (U)\hat{}5 - 0°00'39,05'' \times (U)\hat{}6 + 0°00'07,12'' \times (U)\hat{}7 + 0°00'27,87'' \times (U)\hat{}8 + 0°00'05,79'' \times (U)\hat{}9 + 0°00'02,45'' \times (U)\hat{}10$$

dove:

$U = T \div 100.$

Esempio numerico

Dalle misure del dolmen di Borgio Verezzi in Codebò 1997b, nel quale furono prese le misure angolari istrumentali $Ai°_1$ ed $Ai°_2$ di entrambi i lati del megalite e ne furono calcolate le rispettive declinazioni sottese δa_1 e δa_2 prima con $ho°$★ e successivamente, poiché le declinazioni sottese risultarono molto prossime a quelle della Luna, con $hv°$◖ corretta per i parametri lunari: semidiametro $Sd°$◖, parallasse $P°$◖ e levata del lembo inferiore. Infine fu calcolato l'azimut medio del dolmen $Aa\mu° = 133°33'40{,}38''$ con deviazione standard[xxiv] σ ±4,20013888889 e, sempre con $hv°$◖, fu calcolata la declinazione media $\delta a\mu°$ sottesa. Si confrontino i risultati ottenuti con il *Metodo JDE* con quelli ottenuti con il *Metodo Nautico*, pari a: $\delta a°$◖$_1$ -26°59'57,53", $\delta a°$◖$_2$ -32°00'43,52", $\delta a\mu°$ -29°33'43,59".

data: 26/12/1994

tm: 12h53m35s

φ 44°10'23"N

λ 8°18'52"E

Q m. 302,5

Ai_1: -57°09'40"

Ai_2: -48°45'39"

ho: 0°00'00"

R = 0°36'29" (dalle Tavole Nautiche dell’I.I.M., tav. n. 22)

Sd☉ = 0°16'

P☉ = 0°00'08,794148"

Sd◖ = 0°15'42"

P◖ = 0°57'02,7"

i◖ = 5°09' (inclinazione del piano dell’orbita lunare sull’eclittica)

U = -0,4

tm: 12h53m35s ÷ 24 = 0,537210648148

JDE = INT [365,25 × (1994 + 4716)] + INT [30,6001 × (12 + 1)] + 26,537210648148[xxv] + [2 - INT (1994 ÷ 100) ÷ 4] - 1524,5 = 2449713,03721

T = (2449713,03721 - 2451545,0) ÷ 36525 = -0,0501564076485

Lm = 280,46646° + 36000,76983° × -0,0501564076485 + 0,0003032° × (-0,0501564076485)² = - 1525,20282649° = -1525°12'10,18"[xxvi]

M = 357,52911° + 35999,05029° × -0,0501564076485 - 0,0001537° × (-0,0501564076485)² = -1448,05393169° = -1448°03'14,15"

C = [1,914602° - 0,004817° × (-0,0501564076485) - 0,000014° × (-0,0501564076485)²] × sen -1448,05393169° + (0,019993° - 0,000101° × -0,0501564076485) × sen (2 × -1448,05393169°) + 0,000289° × sen (3 × -1448,05393169°) = -0,273946158039° = -0°16'26,21"

Lv = -1525,20282649° + (-0,273946158039°) = -1525,47677265° = -1525°28'36,38"

La = -1525,47677265° - 0,00569° - 0,00478° × sen (125,04° - 1934,136° × -0,0501564076485) = -1525,47926115° = -1525°28'45,34"

ε = 23°26'21,448" - 0°00'4680,93" × (-0,0501564076485 ÷ 100) - 0°00'01,55" × $(-0,0501564076485 \div 100)^2$ + 0°00'1999,25" × $(-0,0501564076485 \div 100)^3$ - 0°00'51,38" × (-0,0501564076485 ÷ 100)ˆ4 - 0°00'249,67" × (-0,0501564076485 ÷ 100)ˆ5 - 0°00'39,05" × (-0,0501564076485 ÷ 100)ˆ6 + 0°00'07,12" × (-0,0501564076485 ÷ 100)ˆ7 + 0°00'27,87" × (-0,0501564076485 ÷ 100)ˆ8 + 0°00'05,79" × (-0,0501564076485 ÷ 100)ˆ9 + 0°00'02,45"× (-0,0501564076485 ÷ 100)ˆ10 = 23,4399432738° = 23°26'23,8"

δ⦿ = arcsen (sen 23,4399432738° × sen -1525,47926115°) = -23,3626805728° = -23°21'45,65"

Ec = 0,016708634 - 0,000042037 × (-0,0501564076485) - 0,0000001267 × $(-0,0501564076485)^2$ = 0,0167107421062

ET = {[tan (23,4399432738° ÷ 2)]^2 × sen (2 × -1525,20282649°) - 2 × 0,0167107421062 × sen -1448,05393169° + (4 × 0,0167107421062) × [tan (23,4399432738° ÷ 2)]^2 × sen -1448,05393169° × cos (2 × -1525,20282649°) - (1 ÷ 2) × [tan (23,4399432738° ÷ 2)]ˆ4 × sen (4 × -1525,20282649°) - (5 ÷ 4) × $(0,0167107421062)^2$ × sen (2 × -1448,05393169°)} × 180° ÷ 3,14159265359 ÷ 15 = -0,0087878447108h = -0h00m31,64s

H⦿ = [(11h53m35s - 12h00m00s) × 15] - (-8°18'52") + (-0,0087878447108 × 15) = 6,57846010711° = 6°34'42,46"

h⦿ = arcsen (sen 44°10'23" × sen -23,3626805728° + cos 44°10'23" × cos -23,3626805728° × cos 6,57846010711°) = 22,1957389067° = 22°11'44,66"

$A⦿_1$ = arcos [(sen -23,3626805728° - sen 44°10'23" × sen 22,1957389067°) ÷ (cos 44°10'23" × cos 22,1957389067°)] = 173,477810764° = 173°28'40,12"

A⦿ = 360° - 173,477810764° = 186,522189236° = 186°31'19,88"

Aa_1 = 186,522189236° + (-57°09'40") = 129,361078125° = 129°21'39,88"

Aa_2 = 186,522189236° + (-48°45'39") = 137,761355903° = 137°45'40,88"

hv★[xxvii] = 0°00'00" - 0,03 × √302,5 - 0°36'29" + 0°00'00" × [1 + sen (0°00'00" - 0,03 × √302,5 - 0°36'29") × sen 0°00'00"] + [0°00'00" - 0°00'00" × (1 ÷ 298,257) × (sen 44°10'23")^2] × cos (0°00'00" - 0,03 × √302,5 - 0°36'29") = -1,12983136948° = -1°07'47,39"

oppure

hv★ = 0°00'00"- 0,03 × √302,5 - 0°36'29" + 0°00'00" × {1 + sen [0°00'00" - 0,03 × √302,5 - 0°36'29"] × sen 0°00'00"} + arcsen {[0,9983271 + 0,0016764 × cos (2 × 44°10'23") - 0,0000035 × cos (4 × 44°10'23")] × sen 0°00'00" × cos (0°00'00" - 0,03 × √302,5 - 0°36'29")} = -1,12983136948° = -1°07'47,39"

$δ★_1$ = arcsen (sen 44°10'23" × sen -1,12983136948° + cos 44°10'23" × cos -1,12983136948° × cos 129,361078125°) = -27,9387945535 = -27°56'19,66"

$δ★_2$ = arcsen (sen 44°10'23" × sen -1,12983136948° + cos 44°10'23" × cos -1,12983136948° × cos 137,761355902°) = -33,0004311176° = -33°00'01,55"

hv◖ = 0°00'00" - 0,03 × √302,5 -0°36'29" + 0°15'42" × [1 + sen (0°00'00" - 0,03 × √302,5 - 0°36'29") × sen 0°57'02,7"] + [0°57'02,7" - 0°57'02,7" × (1 ÷ 298,257) × (sen 44°10'23")^2] × cos (0°00'00" - 0,03 × √302,5 -0°36'29") = 0,0807672832529° = 0°04'50,76"

oppure

hv◖ = 0°00'00"- 0,03 × √302,5 - 0°36'29" + 0°15'42" × {1 + sen [0°00'00" - 0,03 × √302,5 - 0°36'29"] × sen 0°57'02,7"} + arcsen {[0,9983271 + 0,0016764 × cos (2 × 44°10'23") - 0,0000035 × cos (4 × 44°10'23")] × sen 0°57'02,7" × cos (0°00'00" - 0,03 × √302,5 - 0°36'29")} = 0,0807737966481° = 0°04'50,79"

δa◖$_1$ = arcsen (sen 44°10'23" × sen 0,0807737966481° + cos 44°10'23" × cos 0,0807737966481° × cos 129,361078125°) = -26,9937732572° = -26°59'37,58"

δa◖$_2$ = arcsen (sen 44°10'23" × sen 0,0807737966481° + cos 44°10'23" × cos 0,0807737966481° × cos 137,761355903°) = -32,0071797905° = -32°00'25,85"

Aaμ (medio) = (129°21'39,88" + 137°45'40,88") ÷ 2 = 133,561216667° = 133°33'40,38"[xxviii]

deviazione standard σ = ±4,20013888889

δaμ (media) = arcsen (sen 44°10'23" × sen 0,0807737966481° + cos 44°10'23" × cos 0,0807737966481° × cos 133,561217014°) = -29,5568602313° = -29°33'24,7"

ε = -29,5568602313° - 0°00'4680,93" × (-0,4) - 0°00'01,55" × $(-0,4)^2$ + 0°00'1999,25" × $(-0,4)^3$ - 0°00'51,38" × (-0,4)ˆ4 - 0°00'249,67" × (-0,4)ˆ5 - 0°00'39,05" × (-0,4)ˆ6 + 0°00'07,12" × (-0,4)ˆ7 + 0°00'27,87" × (-0,4)ˆ8 + 0°00'05,79" × (-0,4)ˆ9 + 0°00'02,45" × (-0,4)ˆ10 = -30,0426013959° = -30°02'33,37"

Nota:

dalle *δa°* ottenute, in particolare da *δaμ°*, parrebbe che l'asse centrale del dolmen di Borgio Verezzi sia allineato verso il sorgere della Luna quando essa raggiunge, ogni 6798 giorni, le sue declinazioni minime: -28°35'21,45" J2000,0 e -29°04'26,71" nel 2000 a. C., epoca presuntiva dell'erezione del dolmen. Infatti la *δaμ°* ottenuta = -29°33'24,7" è compatibile con il lunistizio minimo. In realtà un sopralluogo eseguito da Archeoastronomia Ligustica nell'inverno 2006, quando la Luna era al culmine del suo ciclo di 6798 giorni e raggiungeva ogni mese le sue declinazioni estreme, mostrò visivamente che il dolmen è “quasi” orientato verso il sorgere della Luna in prossimità del lunistizio minimo. Allo stato attuale esso sembra orientato approssimativamente verso il sorgere della Luna quando la sua declinazione è circa -27°. L'errore è dovuto all'impossibilità di misurare con esattezza l'altezza osservata *ho°* a causa della vegetazione boschiva. All'epoca del primo studio (Codebò 1997a, pp. 735 - 751) *ho°* fu dedotta tracciando l'azimut su una tavoletta IGM 1:25000 che mostrò come l'azimut non incontrasse ostacoli fino all'orizzonte marino. In realtà *ho°* probabilmente non è pari a 0 (zero) ma un poco più alta perché sfiora probabilmente le pendici occidentali della Rocca dell'Orera. Purtroppo la fitta ed alta vegetazione boschiva continua ad impedirne la misurazione. Escluso il taglio della vegetazione, non resta che monitorare la levata della Luna man mano che la sua declinazione diminuisce.

Un confronto con i sopra citati risultati ottenuti con il *Metodo Nautico* mostra una differenza di soli 18,39" in δaμ; 19,45" in δa◖$_1$ e 17,67" in δa◖$_2$.(in meno per il *Metodo JDE* rispetto al *Metodo Nautico*).

RINGRAZIAMENTI

Ringrazio tutti coloro che hanno contribuito in qualsiasi modo alla stesura di questo articolo, ed in particolare: la dott.ssa Elena Salvo che ha corretto con grande attenzione e ripetutamente le bozze ed il dott. Walter Ferreri che ha controllato la correttezza dell’intero algoritmo.

Bibliografia

AA.VV. (1961), *Tavole nautiche*, I.I.M., Genova.

Codebò Mario (1997a), *Prime indagini archeoastronomiche in Liguria*, in: Memorie S.A.It., 68, 3.

Codebò Mario (1997b), *Problemi generali del rilevamento archeoastronomico,* in: Atti del I Seminario A.L.S.S.A. di Archeoastronomia, Genova 22/02/1997.

Flora Ferdinando (1987), *Astronomia nautica*, Hoepli, Milano.

I.I.M. (1961), *Tavole nautiche*, I.I.M., Genova.

Meeus Jean (1990), *Astronomia con il computer*, Hoepli, Milano.

Meeus Jean (2005), *Astronomical algorithms*, Willmann-Bell Inc., Richmond, Virginia, U.S.A.

Pannunzio Renato (2002), *Moti della terra e scale di tempo nell'astronomia moderna*, Rapporto Interno O.A.To., I.N.A.F. Osservatorio Astronomico di Torino, Torino.

Proverbio Edoardo (1989), *Archeoastronomia*, Teti, Milano.

Romano Giuliano (1992), *Archeoastronomia italiana*, C.L.E.U.P., Padova.

Smart W. M. (1977), *Textbook on spherical astronomy*, Cambridge University Press, Cambridge, U.K.

Zagar Francesco (1984), *Astronomia sferica e teorica*, Zanichelli, Bologna.

Esempio di programma

Si dà qui di seguito il programma di calcolo del *Metodo JDE* scritto nel linguaggio della calcolatrice scientifica Casio fx-9700GE. Questo programma è utilizzabile con qualsiasi altro modello che utilizzi lo stesso linguaggio.

METODOJD

```
?→A:?→B:?→C:?→D:?→E:?→F:?→N:?→O:?→G:?→I:?→H:?→J:?→K:?→L:?→M
(A−2451545.0)⌟36525:Ans→Z[11]◢
280.46646+36000.76983(Z[11])+0.0003032((Z[11])²):Ans→Z[12]◢
357.52911+35999.05029(Z[11])−0.0001537((Z[11])²):Ans→Z[13]◢
(1.914602−0.004817Z[11]−0.000014Z[11]²)sin Z[13]+(0.019993−0.000
101Z[11])sin (2Z[13])+0.000289sin (3Z[13]):Ans→Z[14]◢
Z[12]+Z[14]:Ans→Z[15]◢
Z[15]−0.00569−0.00478sin (125.04−1934.136Z[11]):Ans→Z[16]◢
B+C−0˚00˚4680.93˚(Z[11]⌟100)−0˚00˚01.55˚((Z[11]⌟100)²)+0˚00˚1999
.25˚((Z[11]⌟100)^3)−0˚00˚51.38˚((Z[11]⌟100)^4)−0˚00˚249.67˚((Z[1
1]⌟100)^5)−0˚00˚39.05˚((Z[11]⌟100)^6)+0˚00˚07.12˚((Z[11]⌟100)^7)
+0˚00˚27.87˚((Z[11]⌟100)^8)+0˚00˚05.79˚((Z[11]⌟100)^9)+0˚00˚02.4
5˚((Z[11]⌟100)^10):Ans→Z[17]◢
sin⁻¹ (sin Z[17]sin Z[16]):Ans→Z[18]◢
0.016708634−0.000042037Z[11]−0.0000001267(Z[11]²):Ans→Z[19]◢
((tan Z[17]⌟2)²sin (2Z[12]))−(2Z[19]sin Z[13])+(4Z[19]((tan Z[17
]⌟2)²)sin Z[13]cos (2Z[12]))−(1⌟2((tan Z[17]⌟2)^4)sin (4Z[12]))−
(5⌟4(Z[19]²)sin (2Z[13])):(Ans×180)⌟π:Ans÷15:Ans→Z[20]◢
((D−12)×15)−E+(Z[20]×15):Ans→Z[21]
Z[21]<0⇒360+Z[21]:Ans→Z[21]◢
sin⁻¹ (sin Fsin Z[18]+cos Fcos Z[18]cos Z[21]):Ans→Z[22]◢
cos⁻¹ ((sin Z[18]−sin Fsin Z[22])⌟(cos Fcos Z[22])):Ans→Z[23]◢
Z[21]<180⇒360−Z[23]:Ans→Z[23]◢
Z[23]+N:Ans→Z[32]◢
Z[32]−O:Ans→Z[26]◢
G−0.03√I−H+J(1+sin (G−0.03√I−H)sin K)+sin⁻¹ ((0.9983271+0.0016764
cos (2F)−0.0000035cos (4F))sin Kcos (G−0.03√I−H)):Ans→Z[27]◢
sin⁻¹ (sin Fsin Z[27]+cos Fcos Z[27]cos Z[26]):Ans→Z[28]◢
Z[28]<0⇒Z[28]×-1:Ans→Z[29]◢
Z[29]+L−0˚00˚4680.93˚M−0˚00˚01.55˚(M²)+0˚00˚1999.25˚(M^3)−0˚00˚5
1.38˚(M^4)−0˚00˚249.67˚(M^5)−0˚00˚39.05˚(M^6)+0˚00˚07.12˚(M^7)+0
˚00˚27.87˚(M^8)+0˚00˚05.79˚(M^9)+0˚00˚02.45˚(M^10):Ans→Z[30]◢
Z[28]<0⇒Z[30]×-1:Ans→Z[31]◢
```

---

[i] Le scale di tempo sono molto complesse. In questo articolo non è assolutamente possibile esaminare il problema, pur essendo esso quello principale dell'astronomia di posizione. Basti ai lettori sapere che:

1) la scala di tempo usata in origine negli almanacchi astronomici era il Tempo Universale *UT* corrispondente di fatto all'ora di Greenwich;
2) che *UT* si è rivelato, con l'uso degli orologi atomici, non esattamente costante nel tempo;
3) che è stato quindi necessario introdurre, dopo molte modifiche ed aggiunte, un Tempo Universale Coordinato *UTC*, che tiene conto della differenza tra *UT* ed il Tempo Atomico Internazionale *TAI*;

4) che, pertanto, il moderno *UTC* sostituisce di fatto - con le modalità stabilite dagli appositi organismi internazionali - il precedente *UT* che ancora si può trovare indicato negli almanacchi, per esempio nelle Effemeridi Nautiche dell'Istituto Idrografico della Marina Militare Italiana I.I.M.

I lettori che volessero entrare nell'argomento, possono consultare Flora 1987, cap. X; Meeus 2005, cap. 10 e Smart 1977, cap. VI. Per un'esauriente disamina del problema delle scale di tempo e dei moti della Terra, si veda in Pannunzio 2002.

[ii] Per la definizione ed il calcolo dei Giorni Giuliani, si veda poco oltre.

[iii] *JDE* indica il Giorno Giuliano del Tempo Dinamico *TD*, cioè il tempo definito per mezzo degli orologi atomici, che di fatto ha sostituito il Tempo Universale al meridiano di Greenwich *UT* dal 1984 per decisione della International Astronomical Union IAU, poiché si è visto che in realtà il moto della Terra intorno al proprio asse non è uniforme ma varia irregolarmente ed imprevedibilmente nel tempo tendendo comunque ad un rallentamento (per cui fra milioni o miliardi di anni la Terra mostrerà alla Luna sempre la stessa faccia, come fa ora la Luna con la Terra). Il problema del tempo e la differenza $\Delta t = TD - UT$ hanno un'importanza fondamentale in astronomia ed in archeoastronomia, ma in questo articolo non è minimamente possibile soffermarvisi a causa delle loro vastità e complessità. I lettori che volessero ottenere maggiori informazioni possono consultare la bibliografia citata alla nota precedente. Per gli scopi del presente articolo basti ai lettori sapere che *JDE* è il tempo giuliano delle effemeridi e che *UTC* è il tempo civile (o legale) medio di Greenwich che considera la durata del giorno pari a 24h 00m 00s esatti. Ovviamente per passare dall'ora di Greenwich all'ora di un altro fuso orario bisognerà aggiungere o togliere il numero di ore corrispondenti a tale fuso.

[iv] Moderne teorie numeriche, dovute a P. Bretagnon et Alii (in Meeus 2005), per il calcolo della posizione dei pianeti.

[v] *AAAA* indica l'anno (per es. 1994); *MM* il mese compreso tra 01 (cioè gennaio) e 12 (cioè dicembre); *DD* il giorno del mese compreso tra 01 e 31; *dddd* indica la frazione del giorno data dalle ore, minuti e secondi espressi in forma di decimali del giorno, come descritto più oltre. In realtà i decimali del giorno non devono essere necessariamente limitati a quattro, ma possono benissimo essere quanti ne consente il proprio strumento e/o programma di calcolo (PC, Excell, Basic, Fortran, calcolatrice scientifica, ecc.). Per esempio, la calcolatrice scientifica CASIO fx-9700 GE, citata nell'*Esempio di programma* a fine articolo, permette di visualizzare sul suo display undici decimali, come nel valore del rapporto circonferenza/diametro $\pi = 3{,}14159265359$ indicato nella trasformazione in gradi sessagesimali dell'equazione del tempo *ET* espressa in radianti dalla sua formula di calcolo (vedere nel testo la descrizione del calcolo di *ET*). Infatti, come è noto, per trasformare in gradi sessagesimali un valore dato in radianti basta moltiplicarlo per $180° \div \pi$. E poiché nel calcolo astronomico è spesso importante avere un elevato numero di decimali, conviene sempre usarne il maggior numero che il proprio strumento di calcolo consente, <u>senza arrotondare mai</u>. Come esempio del numero di decimali *dddd* dati dalla trasformazione di un orario espresso in formato sessagesimale, si veda nell'esempio numerico la trasformazione delle ore del fuso orario locale *tm* 12h 53m 35s in 0,537210648148 (ottenuto dividendo l'ora sessagesimale per 24). Di conseguenza, la data 26/12/1994, *tm* (ore del fuso orario locale) 12h 53m 35s, espressa in *AAAAMMDDdddd*, diventa: 1994,1226537210648148, dove i primi quattro numeri indicano l'anno, il quinto ed il sesto indicano il mese, il settimo e l'ottavo indicano il giorno ed i successivi l'ora del giorno espressa con il massimo numero di decimali consentito dallo strumento di calcolo usato (qui la CASIO fx-9700GE). Si noti bene che quando si scrive la data come sopra nelle quattro formule per calcolare il *JDE*, poiché in esse s'introducono separatamente gli anni *AAAA*, i mesi *MM* ed i giorni con frazione di giorno (esprimente l'ora) *DDdddd* questi ultimi vanno scritti nelle quattro formule con la virgola che separa i giorni dalla frazione di giorno: *DD,dddd*.

[vi] *UTC* significa: Tempo Universale Coordinato. In questo articolo useremo sempre la sigla *UTC* in luogo di quella *UT* = Tempo Universale degli almanacchi astronomici, benché ciò non sia rigorosamente esatto.

[vii] Cfr. la nota più sopra.

[viii] L'espressione J2000,0 indica la data del 01/01/2000 ore 12h00m00s di Tempo Dinamico *TD* (cioè il tempo medio al meridiano di Greenwich, mentre il tempo medio al meridiano locale è indicato dalla sigla *tm*).

[ix] La formula dà *ET* in radianti. Un radiante è l'angolo al centro di una qualsiasi circonferenza che sottende un arco lungo quanto il raggio di tale circonferenza. Come si vede appena più avanti, *ET* va poi trasformata in gradi sessagesimali per proseguire nel calcolo dell' *Algoritmo Giuliano del Sole*.

[x] Il tempo vero *tv* è l'angolo orario del Sole vero ed il tempo medio *tm* è l'angolo orario del Sole medio al meridiano dell'osservatore. Per tutti i problemi, le definizioni, i calcoli e le conversioni relativi al tempo in astronomia, si veda Flora 1987, cap. X.

[xi] ^{g} indica i gradi centesimali, in cui l'angolo giro è formato da 400^g, l'angolo piatto da 200^g e l'angolo retto da 100^g.

[xii] Per l'uso degli strumenti di misura, si veda Codebò 1997b.

[xiii] Nelle *Tavole nautiche* dell'I.I.M. esiste la tab. 21 che dà la depressione dell'orizzonte, ma in miglia nautiche, mentre la nostra formula la dà in chilometri e sottomultipli.

[xiv] I valori esatti della declinazione di Sole e Luna al J2000,0 sono i seguenti:

1) ± 23°26'21,448" per il Sole;
2) + 23°26'21,448" + 5°09' = + 28°35'21,45" per la Luna;
3) - 23°26'21,448" - 5°09' = - 28°35'21,45" per la Luna;

4) + 23°26'21,448" - 5°09' = + 18°17'21,45" per la Luna;
5) - 23°26'21,448" + 5°09' = - 18°17'21,45" per la Luna.

Per il ciclo di 18,61 anni in cui la declinazione della Luna varia tra queste quattro declinazioni, dette rispettivamente lunistizio (o punto di arresto) massimo e minimo e lunistizio (o punto di arresto) intermedio positivo e negativo, si veda in: Flora 1987, pp. 171 -172; Proverbio 1989, pp. 208 - 216; Romano 1992, pp. 158 -1 71; Zagar 1984, pp. 235 - 238.

[xv] Nelle *Tavole nautiche* dell'I.I.M. esiste la tab. 23 per il calcolo del semidiametro lunare *Sd*, l'unico che ha una variazione consistente, in funzione dell'altezza apparente.

[xvi] Nelle *Tavole nautiche* dell'I.I.M. esiste la tab. 24 per il calcolo della parallasse di Sole e pianeti in funzione dell'altezza apparente e della Luna in funzione della latitudine dell'osservatore. Si rammenti che non si può assolutamente omettere di tenere debito conto della sola parallasse lunare (perché varia consistentemente e di ora in ora), mentre non tenendo conto di quella di Sole e pianeti non si introduce nel calcolo un errore molto consistente.

[xvii] La parallasse in altezza è significativa per i soli Mercurio, Venere e Marte.

[xviii] Questi valori sono dati dalla somma algebrica dell'obliquità dell'eclittica ±23°26'21,448" con l'inclinazione dell'orbita lunare sull'eclittica ±5°09'.

[xix] T = (JD1 – JD2) ÷ 36525 è la formula generale per calcolare il periodo di tempo *T* che intercorre tra una data giuliana qualsiasi e la data giuliana dell'equinozio standard di riferimento che si è scelto (per es.: 1900, 1950, 2000, 2050, ecc.).

[xx] Il numero dei decimali *dddd*, indicanti le ore del giorno *DD*, non si limitano necessariamente a quattro, ma sono quanti ne dà significativamente la calcolatrice od il programma di scrittura.

[xxi] *hms* significa: ore, minuti e secondi (di tempo).

[xxii] Si ricordi, ancora una volta, che per trasformare le misure di tempo in misure sessagesimali occorre moltiplicarle per 15 ed, inversamente, per trasformare le misure sessagesimali in misure di tempo occorre dividerle per 15.

[xxiii] Conviene, specie nella programmazione dell'algoritmo, usare una delle due formule - a scelta quella nautica o quella geodetica - intere e, nel caso di stelle (in cui manca sia il semidiametro *Sd* che la parallasse *P*) o di pianeti (in cui manca il semidiametro *Sd*), porre questi parametri = 0. In tal modo si rischierà meno di confondersi.

[xxiv] La *deviazione standard*, espressa dal simbolo σ seguito da ± e da un valore numerico, di due o più numeri è il loro *scarto quadratico medio*, ossia la radice quadrata della loro *varianza*. La *varianza* è la media aritmetica dei quadrati degli scarti dei numeri della loro media aritmetica; gli scarti sono le differenze tra ciascun numero ed il *valore medio* dei numeri stessi. Il *valore medio* di *n* numeri è un numero compreso tra il massimo ed il minimo di tali numeri. All'atto pratico la *deviazione standard* è una delle più usate formule per la verifica e la riduzione degli errori, in quanto fornisce una misura della dispersione della variabile intorno al suo valore medio ed esprime quale è l'errore che in media si commette assumendo il valore medio in luogo dei valori osservati . Essa è ben nota agli archeologi nella datazione assoluta di un reperto con il metodo del C14: la probabilità che la datazione ottenuta ricada entro il limite della *deviazione standard* è del 66% circa, che ricada entro il doppio del limite della *deviazione standard* è del 95% e che ricada entro il triplo della *deviazione standard* è del 99%.

[xxv] Come detto nelle note precedenti, la cifra prima della virgola esprime il giorno del mese ed i decimali dopo la virgola esprimono l'ora del giorno. Si ricordi che la teoria matematica degli errori descrive una tipologia di errori, detti *accidentali*, che sono assolutamente inevitabili e che possono solo essere stimati con metodi statistici del tipo della *deviazione standard* e simili. Intere branche della matematica, tipo la *Teoria degli errori* e la *Statistica* si occupano di questi problemi.

[xxvi] Nel calcolo astronomico si opera spesso con misure angolari > 360° (nonché > 60' e > 60") e solo alla fine le si riduce all'angolo giro di 360°00'00" nel modo seguente: si divide il valore d'angolo > 360° per 360; si moltiplica la sola parte intera del risultato per 360; il risultato di questa moltiplicazione si sottrae dall'angolo > 360°; il risultato della sottrazione è l'angolo giro cercato. Se l'angolo > 360° è negativo, gli si premette il segno - e si opera algebricamente, ricordando che: + (-) = -; che: - (+) = - ; e che, infine: - (-) = +.

[xxvii] Si rammenti che, come detto più sopra, le stelle non hanno né semidiametro *Sd* né parallasse *P* perché sono a distanze virtualmente infinite, perciò la formula per calcolare la loro altezza vera *hv*□ non comporta le correzioni per questi due parametri. Tuttavia, poiché l'*Algoritmo Giuliano del Sole* è fatto soprattutto per essere programmato, conviene programmare la formula completa di *Sd* e *P* e poi introdurvi nel calcolo di *hv*□ il valore 0 (zero) per questi due parametri.

[xxviii] $Aa\mu$ è la media aritmetica dei due azimut ottenuti col calcolo. Si rammenti che questo esempio numerico si riferisce al dolmen di Borgio Verezzi (SV) in cui, per ottenere l'azimut medio della camera, sono stati prima misurati gli azimut dei due lati e poi divisa per due la loro somma. Evidentemente in caso di misurazione di un solo asse (per es. di una chiesa) si otterrà un solo azimut di cui non si dovrà naturalmente fare la media. Tuttavia si ricordi che, allo scopo di ridurre al minimo gli errori, è sempre bene effettuare più misure e farne poi la media aritmetica.