Il calcolo FK4 B1900.0 della precessione delle stelle

Mario Codebò

(ARCHEOASTRONOMIA LIGUSTICA)

http://www.archaeoastronomy.it

info@archaeoastronomy.it

Nel seminario A.L.S.S.A. 2011 è stato descritto il calcolo FK4 B1950.0 per il calcolo della posizione apparente di una stella, cioè assumendo per essa i dati FK4 dell'equinozio standard del 1950. Quell'algoritmo però costringeva a partire solo dalle coordinate stellari di tale data. Invece col presente algoritmo si può partire dalle coordinate di qualsiasi epoca, purché del sistema FK4[1], ed arrivare ad una qualsiasi altra data.

Tali coordinate sono:

1) l'ascensione retta *α*, comunemente espressa in unità sessagesimali del tempo (ore *h*, minuti *m* e secondi *s*);

---

[1] Fino all'equinozio medio B1950.0 fu in uso il Fundamental Katalog 4 FK4; dall'equinozio medio J2000.0 la International Astronomical Union IAU adottò (in realtà dal 1984) il Fundamental Katalog 5 FK5 (questi cataloghi sono compilati presso il Veröffentlichungen Astronomisches Rechen-Institut Heidelberg). I due sistemi presentano delle piccole differenze:

1) l'inizio dell'anno besseliano nel FK4 e dell'anno giuliano nel FK5;
2) l'omissione dei cosiddetti "termini E" (eccentricità e longitudine del perielio dell'orbita terrestre) nelle due formule di correzione dell'aberrazione annua per il sistema FK4 ed il loro utilizzo nelle stesse formule per il sistema FK5;
3) un piccolo errore di posizione del punto zero dell'ascensione retta del sistema FK4.

A causa di queste differenze non si possono usare gli algoritmi del sistema FK5 con le coordinate stellari del sistema FK4. E' però possibile calcolare il moto processionale delle stelle di cui si abbiano le coordinate nel sistema FK4 con gli algoritmi di Newcomb qui presentati (che sono riferiti al sistema FK4) e trasformarlo poi nel sistema FK5 aggiungendo all'ascensione retta finale la cosiddetta "correzione per l'equinozio": $\alpha_5 = \alpha_4$ + 0h00m00,0775s + 0h00m00s * T, dove T sono i secoli giuliani dal J2000.0 alla data per cui si è effettuato il calcolo (Meeus 2005, pp. 139 – 140).

2) la declinazione δ, espressa in unità di gradi sessagesimali di circonferenza (arcogradi °, arcoprimi ’ e arcosecondi ”);
3) il moto proprio in ascensione retta $mp\alpha$ espresso in secondi di tempo (cronosecondi) s per anno;
4) il moto proprio in declinazione $mp\delta$ in secondi di circonferenza (arcosecondi) ” per anno.
Queste coordinate si possono reperire sui cataloghi stellari, la maggior parte dei quali sono oggi rintracciabili su Internet. Uno, con note storiche, è visibile sul sito:
http://www.daviddarling.info/encyclopedia/A/astronomical_catalogues.html .
Il migliore servizio di banca-dati astronomici è sul sito http://cdsweb.u-strasbg.fr/ del Centre de Donées Astronomiques de Strasbourg. Da qui si può accedere ai tre servizi *Sinbad*, *VizieR* e *Aladin*, nonché ad un ricchissimo elenco di cataloghi e banche dati (http://vizier.u-strasbg.fr/cats/cats.html). Si tratta però di un sito non facilmente gestibile.
Due siti utili sono: quello dello United States Naval Observatory U.S.N.O. (http://ad.usno.navy.mil/star/) e quello dello Smithsonian Astrophysical Observatory S.A.O. (http://heasarc.gsfc.nasa.gov/W3Browse/star-catalog/sao.html, poi link a sinistra in alto: browse this table).
Un altro sito di facile consultazione è http://www.alcyone.de/SIT/bsc/index.html dove, nel Bright Star Catalogue 5th ed. 1991, si troverà l’elenco di tutte le 88 costellazioni in cui la International Astronomical Union I.A.U. suddivise il cielo nel 1933. Entrando in quella che interessa, si ottiene un elenco delle stelle, numerate secondo vari cataloghi, che ne fanno parte e cliccando sul numero all’estrema sinistra si apre una pagina con i link di alcuni di essi. Cliccando su quello dello S.A.O. si otterranno i parametri di quella particolare stella sia per il 2000 che per il 1950, mentre cliccando sugli altri si otterranno i parametri del 2000 e del 1900 (questi ultimi però senza il moto proprio)[2].
Nel calcolo della posizione di una stella si prendono in considerazione tre date (espresse in giorni giuliani delle effemeridi[3] *JD*)[4]:

[2] Ricordo che il sito http://www.alcyone.de/SIT/bsc/bsc.html, allo Smithsonian Astrophysical Observatory Star Catalogue, definisce erroneamente i moti propri in ascensione retta come arcosecondi (arcsec) anziché cronosecondi (cioè secondi di tempo) come effettivamente sono (si confrontino in proposito gli altri cataloghi in linea dove il valore numerico è lo stesso ma definito come secondi di tempo).

[3] Com’è noto, la numerazione in giorni giuliani fu introdotta nel 1582 da Jean Joseph Scaligero. E’ una sequenza ininterrotta di giorni a partire dalle ore 12:00:00 di Greenwich (*UT*) del 01/01/4713 a. C.. La specificazione “delle effemeridi” indica che si tratta di un tempo uniforme o dinamico *DT*, cioè scandito dagli orologi atomici e non soggetto alle variazioni del moto della Terra, come accade invece al tempo universale *UT*. Per una disamina dettagliata di questi argomenti si vedano Meeus 2005, capp. 7 e 10 e Pannunzio 2002.

[4] Fino al 1984 per la posizione delle stelle si usava l’Anno Besseliano, indicato con B, che comincia nell’istante in cui la longitudine del Sole, affetta dall’aberrazione (-20,5”) e misurata dall’equinozio medio della data, è esattamente 280°00’00,00”. Questo istante dista sempre non più di un giorno dall’inizio dell’anno civile gregoriano. Secondo Newcomb, nel 1900 la lunghezza dell’anno besseliano, uguale a quella dell’anno tropico, era di 365,2421988 giorni (Meeus 2005, p. 133). L’anno tropico si può definire come:

1) l’intervallo di tempo che trascorre tra due passaggi del Sole fittizio - e quindi anche medio - all’equinozio di primavera (che si sposta sull’eclittica in senso retrogrado, cioè orario, alla velocità media di 50,29” all’anno (esattamente: 50,290966” al J2000.0). Esso dura 365,242186315 giorni medi (la sua durata tende a diminuire con i secoli);

2) l’intervallo di tempo durante il quale la longitudine del Sole – e quindi anche la sua ascensione retta – cresce di 360°00’00,00”. Così posto, l’inizio dell’anno tropico è arbitrario, benché una volta fissato, sia indipendente da qualsiasi tempo locale tm. Bessel propose di farlo iniziare nell’istante sopra descritto, affinché si discostasse il meno possibile dall’inizio dell’anno civile che, per ragioni pratiche, deve cominciare alla mezzanotte locale (Zagar 1984, pp. 116 – 117).

Dal 1984 in poi si cominciò ad utilizzare l’Anno Giuliano delle Effemeridi JDE, che comincia sempre alle ore 12:00:00 TD (Tempo Dinamico, segnato dagli orologi atomici e “successore” del Tempo delle effemeridi ET) del primo gennaio di ogni anno. La nuova epoca di riferimento (standard epoch) per i cataloghi stellari divenne così l’anno J2000.0 = JDE 2451545,00 cioè pari a 2451545,00 giorni giuliani esatti (Meeus 2005, pp. 77 – 80; 133).

1) la data di partenza, ossia la data del catalogo usato (per es.: B1900.0; B1925.0; B1950.0; B1975.0; ecc.);
2) la data dell'epoca standard B1900.0;
3) la data di arrivo, ossia la data, più o meno lontana nel tempo, per la quale si vogliono calcolare le coordinate della stella.

In questo articolo prenderemo in considerazione le coordinate della sola epoca standard dell'anno B1900.0, che appartengono al Fundamental Katalog 4 o FK4 (Meeus 1988, pp. 63 – 67; 1990, pp. 61 – 65; 2005, pp. 131 – 142).
Il metodo di seguito descritto è quello classico di Newcomb, preciso anche per distanze di tempo relativamente lunghe, ma comunque non utilizzabile per più di qualche millennio dal presente (per es., dà risultati assolutamente errati per 32000 anni dal presente!).
Precessione degli equinozi e moto proprio danno la *posizione media* (Meeus 1988, pp. 71 – 73; 1990, pp. 71 – 73; 2005, pp. 149 – 158) delle stelle.
Poiché invece in Archeoastronomia generalmente occorre conoscerne la *posizione apparente* (Meeus 1988, pp. 71 – 73; 1990, pp. 71 – 73; 2005, pp. 149 – 158), è necessario calcolare i seguenti altri effetti:
1) la nutazione;
2) l'aberrazione annua della luce;
3) la parallasse annua;
4) la curvatura relativistica della luce[5].

La nutazione è un piccolo movimento periodico dell'equatore celeste dovuto alla forza gravitazionale della Luna (Meeus 1988, pp. 69 – 70; 1990, pp. 67 – 69; 2005, pp. 143 – 148; Smart 1977, pp. 226 – 248; Zagar 1884, pp. 153 – 170).

L'aberrazione annua è lo spostamento dell'immagine della stella dalla sua posizione reale per effetto del rapporto, piccolo ma non trascurabile, tra la la velocità orbitale della Terra e la velocità, elevatissima ma non infinita, della luce.

La parallasse annua, sempre inferiore a 0°00'00,8" per tutte le stelle visibili ad occhio nudo tranne tredici (Meeus 1988 p. 72; 1990, p. 72; 2005, p. 150), può in parte essere trascurata[6].
Per la dettagliata descrizione di questi tre fenomeni si rinvia a Meeus 2002, pp. 334 – 343 (e per la nutazione in dettaglio a Meeus 2009, pp. 232 – 236), a Smart 1977, capp. VIII-X, ed a Zagar 1984, capp. VII-IX[7].

In conclusione, la procedura essenziale per calcolare le coordinate di una stella in un tempo diverso dall'attuale sono, nell'ordine di esecuzione, le seguenti:

1) calcolo del moto proprio[8];

---

[5] Trascurabile secondo Meeus, almeno per le elongazioni maggiori di 15° (Meeus 2005, p. 150).
[6] Meus la trascura sempre (Meeus 1988, p. 72; 1990, p. 72; 2005, p. 150).
[7] Smart 1977 e Zagar 1984 sono due pregevoli manuali professionali di astronomia sferica, però di non facile lettura. La loro utilità, a giudizio dello scrivente, sta più nell'approfondita descrizione e disamina dei fenomeni (parte carente in Meeus) che negli algoritmi di calcolo utilizzati. Le formule descritte in Meeus 1988, 1990 e 2005 sono più semplici ed altrettanto efficaci.
[8] Il calcolo del moto proprio delle stelle qui descritto è quello tradizionale che suppone gli astri in moto uniforme. Nella realtà non è così: la loro velocità varia a seconda che si avvicinino o si allontanino dal Sole (velocità radiale combinata con la distanza). Nel sistema FK4 si utilizza ancora il calcolo classico, mentre nel sistema FK5 si utilizza il più preciso metodo della velocità radiale (Meeus 2005, pp. 140 – 142). Anche questo è un elemento di minore precisione dell'algoritmo FK4 B1900.0 per il calcolo della posizione apparente delle stelle rispetto al più preciso (e complesso) algoritmo J2000.0 FK5.

2) calcolo della precessione;

3) calcolo della nutazione;

4) calcolo dell'aberrazione annua[9].

Di seguito si descrive l'algoritmo completo per l'epoca standard B1900.0 ed il sistema FK4 secondo Meeus 1988 e 1990, capp. 14, 15, 16 e 18 con alcune modifiche.

Presi dagli almanacchi cartacei o sul web α, δ e relativi moti propri della stella per un equinozio compreso nel sistema FK4, si trasformano in un'unica unità di misura, in genere in gradi sessagesimali moltiplicando per 15 la misura in tempo di α.

Poi si calcola[10] la differenza di tempo T_0 in secoli tropici tra la data dell'equinozio standard di partenza JD_0 e la data dell'epoca standard B1900.0[11]:

$T_0 = (JD_0 - 2415020.313) / 36524{,}2199$ (data di partenza dal B1900.0).

A questo punto si calcola la differenza di tempo T tra la data JD_0 di partenza e la data JD di arrivo, cioè quella per la quale si vuole calcolare l'effetto della precessione:

$T = (JD - JD_0) / 36524{,}2199$ (data di arrivo dalla data di partenza).

In sostanza, se, per esempio, si hanno le coordinate della stella per l'equinozio standard del 1980 e le si vogliono calcolare per una data del 2000 a. C., il JD_0 sarà quello del B1980.0 e JD quello di giorno, mese ed ora del 2000 a. C. (si rammenti che nel calcolo astronomico per gli anni a. C. si deve contare anche l'anno zero, inesistente in cronologia ed in calendariologia, e pertanto l'anno 1 a. C. sarà l'anno 0, l'anno 5 a. C. sarà l'anno .4, l'anno 2000 a. C. sarà l'anno -1999, ecc.).

Poi si calcolano le variazioni di α e δ per effetto dei moti propri. Per fare ciò innanzitutto si moltiplica la differenza di tempo T in secoli tropici per 100 e si ottiene la differenza di tempo in anni tropici, si moltiplica tale differenza di tempo in anni tropici per i moti propri della stella in α e δ e si sommano a questi prodotti i valori iniziali di α e δ dati dagli almanacchi per l'epoca standard usata:

$\alpha_0 = \alpha + (T * 100) * mp\alpha$

$\delta_0 = \delta + (T * 100) * mp\delta$.

Si procede poi a calcolare gli effetti della precessione, della nutazione e dell'aberrazione annua della luce come già descritto sopra.

Poi si calcola l'effetto della precessione degli equinozi con le formule rigorose di Newcomb:

$\zeta = (0°00'2304{,}250'' + 0°00'01{,}396'' *T_0) * T + 0°00'00{,}302'' * T^2 + 0°00'00{,}018'' * T^3$

9 Un metodo più rigoroso per il calcolo dell'aberrazione è quello di Ron – Vondrák descritto in Meeus 2005, pp. 153 – 158.
10 * indica il segno di moltiplicazione; / il segno di divisione.
11 Se l'equinozio standard di partenza è il B1950.0, si può usare direttamente il metodo FK4 B1950.0 (Codebò 2011).

$z = \zeta + 0°00'00{,}791" * T^2 + 0°00'00{,}01" * T^3$

$\theta = 0°00'2004{,}682" - 0°00'00{,}853" * T_0) * T - 0°00'00{,}426" * T^2 - 0°00'00{,}042" * T^3$

Poi si calcolano:

$A = \cos \delta_0 * \sin (\alpha_0 + \zeta);$

$B = \cos \theta * \cos \delta_0 * \cos (\alpha_0 + \zeta) - \sin \theta * \sin \delta_0;$

$C = \sin \theta * \cos \delta_0 * \cos (\alpha_0 + \zeta) + \cos \theta * \sin \delta_0;$

$\tan (\alpha_1 - z) = (A / B);$

$\sin \delta_1 = C.$

Poiché la tangente di un angolo è la stessa rispettivamente nei quadranti I e III nonché II e IV, per calcolare tan (α_1 - z) e collocarla nel quadrante esatto si può procede in due modi:

1) se il denominatore di A / B è minore di 0 (B < 0) al risultato di A / B si aggiungono 180°; se invece esso è maggiore di 0 (B > 0) non si aggiunge nulla e il risultato è già la tangente nell'angolo corretto;

2) si calcolano le coordinate polari di B / A (occorre invertire i fattori rispetto alla formula originaria A / B), ottenendone due risultati, il secondo dei quali è quello cercato. Le calcolatrici scientifiche hanno un apposito tasto che trasforma le coordinate rettangolari in polari: pol (B; A) e due specifiche memorie dove sono immagazzinati i due risultati. Se tale secondo risultato fosse negativo, lo si somma algebricamente a 360°, ottenendo così il corretto valore positivo.

Es.:

1a) tan (α_1 - z) = 1,0405017 / -0,4315299 = -67,4746246602 + 180° = 112,52537534° = 112°31'31,35";

1b) tan (α_1 - z) = 1,0405017 / -0,4315299 = pol (-0,4315299; 1,0405017) = 112,52537534° = 112°31'31,35";

2a) tan (α_1 - z) = 2,456 / 1,852 = 52,9810889593° = 52°58'51,92";

2b) tan (α_1 - z) = pol (1,852 / 2,456) = 52,9810889593° = 52°58'51,92".

Il risultato di tan (α_1 - z) si aggiunge a *z* che è già noto. Il risultato è l'ascensione retta cercata.

Invece il calcolo sin δ_1 = C non richiede alcuna trasformazione, essendo il risultato già la declinazione cercata.

Si ottengono così l'ascensione retta α_2 e la declinazione δ_2 corrette per i moti propri e per la precessione degli equinozi.

Ora si calcola l'effetto della nutazione.

Ottenuta la differenza di tempo in secoli giuliani dal 1900 con la formula[12]

$T = (JD - 2415020{,}0) / 36525$

si calcolano i seguenti parametri:

1) longitudine media del Sole $L☉ = 279{,}6967° + 36000{,}7689° * T + 0{,}000303° * T^2$;

2) longitudine media della Luna $L☾ = 270{,}4342° + 481267{,}8831° * T - 0{,}001133° * T^2$;

3) anomalia media del Sole $M☉ = 358{,}4758° + 35999{,}0498° * T - 0{,}000150° * T^2$;

4) anomalia media della Luna $M☾ = 296{,}1046° + 477198{,}8491° * T + 0{,}009192° * T^2$;

5) longitudine del nodo ascendente della Luna $Ω☾ = 259{,}1833° - 1934{,}1420° * T + 0{,}002078° * T^2$.

Ora si calcolano i valori della nutazione in longitudine $\varDelta\psi$ e della nutazione in obliquità $\varDelta\varepsilon$, i cui coefficienti sono qui scritti, per risparmio di spazio, in secondi sessagesimali con decimali (nelle calcolatrici devono essere scritti in forma completa; per es.: 0,01737” = 0°00’00,01737”):

$\Delta\psi$ = - (17,2327” + 0,01737” * T) * sen Ω☾ - (1,2729” + 0,00013” * T) * sen (2L☉) + 0,2088” * sen (2Ω☾) - 0,2037” * sen (2L☾) + (0,1261” - 0,00031” * T) * sen M☉ + 0,0675” * sen M☾ - (0,0497” - 0,00012” * T) * sen (2L☉ + M☉) - 0,0342” * sen (2L☾ - Ω☉) - 0,0261” * sen (2L☾ + M☾) + 0,0214” * sen (2L☉ - M☉) - 0,0149” * sen (2L☉ - 2L☾ + M☾) + 0,0124” * sen (2L☉ - Ω☉) + 0,0114” * sen (2L☾ - M☾)

$\Delta\varepsilon$ = + (9,21” + 0,00091” * T) * cos Ω☉ + (0,5522” - 0,00029” * T) * cos (2L☉) - 0,0904” * cos (2Ω☉) + 0,0884” * cos 2L☾ + 0,0216” * cos (2L☉ + M☉) + 0,0183” * cos (2L☾ - Ω☉) + 0,0113” * cos (2L☾ + M☾) - 0,0093” * cos (2L☉ - M☉) - 0,0066” * cos (2L☉ - Ω☉).

Ora si calcolano le variazioni in ascensione retta α_2 e in declinazione δ_2 per effetto della nutazione. Per fare ciò è necessario prima calcolare l’obliquità dell’eclittica ε con la formula di Laskar:

$U = T / 100$

ε = 23°26’21,448” - 0°00’4680,93” * (T / 100) - 0°00’01,55” * $(T / 100)^2$ + 0°00’1999,25” * $(T / 100)^3$ - 0°00’51,38” * $(T / 100)^4$ - 0°00’249,67” * $(T / 100)^5$ - 0°00’39,05” * $(T / 100)^6$ + 0°00’07,12” * $(T / 100)^7$ + 0°00’27,87” * $(T / 100)^8$ + 0°00’05,79” * $(T / 100)^9$ + 0°00’02,45” * $(T / 100)^{10}$

poi si risolvono le seguenti formule:

$\alpha_2 = (\cos\varepsilon + \text{sen}\,\varepsilon * \text{sen}\,\alpha_1 * \tan\delta_1) * \Delta\psi - (\cos\alpha_1 * \tan\delta_1) * \Delta\varepsilon$

$\delta_2 = (\text{sen}\,\varepsilon * \cos\alpha_1) * \Delta\psi + (\text{sen}\,\alpha_1) * \Delta\varepsilon$.

Ora si calcola la longitudine vera del Sole (dal 01/01/1900 UT 12:00:00):

$T = (JD - 2415020{,}0) / 36525$

[12] Nel mio precedente articolo *Il calcolo FK4 B1950.0 della precessione delle stelle*, pubblicato negli Atti del Seminario A.L.S.S.A. 2011 ho erroneamente attribuito il JD 2415020.0 alla data 01/01/1950 UT 12h 00m 00s, mentre invece esso è quello della data 01/01/1900 UT 12h 00m 00s, la stessa utilizzata in questo articolo. Il JD della data 01/01/1950 UT 12h 00m 00s è 2433283.0. me ne scuso vivamente con i lettori.

1) longitudine media geometrica del Sole $L\odot = 279{,}69668° + 36000{,}76892° * T + 0{,}0003025° * T^2$;

2) anomalia media del Sole $M\odot = 358{,}47583° + 35999{,}04975° * T - 0{,}00015 * T^2 - 0{,}0000033° * T^3$;[13]

3) equazione del centro del Sole $C\odot = + (1{,}91946° - 0{,}004789° * T - 0{,}000014° * T^2) * \text{sen } M\odot + (0{,}020094° - 0{,}0001° * T) * \text{sen } (2M\odot) + 0{,}000293° * \text{sen } (3M\odot)$;

4) longitudine vera del Sole $L_v\odot = L\odot + C\odot$.

Ora si calcolano le variazioni in ascensione retta $\Delta\alpha_3$ e declinazione $\Delta\delta_3$ per effetto dell'aberrazione annua della luce[14] (ε è ancora l'obliquità dell'eclittica calcolata con la formula di Laskar):

α_3= -0°00'20,49" * [(cos α_1 * cos $L_v\odot$ * cos ε + sen α_1 * sen $L_v\odot$) / cos δ_1]

δ_3 = -0°00'20,49" * [cos $L_v\odot$ * cos ε * (tan ε * cos δ_1 - sen α_1 * sen δ_1) + cos α_1 * sen δ_1 * sen $L_v\odot$].

Ora si hanno tutti i parametri necessari per calcolare la *posizione apparente* della stella α_4 e δ_4 all'epoca voluta sommando algebricamente le correzioni, rispettivamente:

$\alpha_4 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$

$\delta_4 = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$.

Esempio numerico

Si vuole calcolare la *posizione apparente* di Spica (*α Virginis*) all'equinozio di primavera del 350 d. C., che, calcolato col metodo descritto in: Meeus 1990, pp. 89 – 91 e 1988, pp. 89 – 90 ed in Codebò 2010, si verifica il 20/03/350 d. C. ore 13h 00m 17s UT., cui corrisponde il JD 1848974,04186 (data di arrivo).

Il sito http://www.alcyone.de/cgi-bin/search.pl?object=HR5056 ci dà le coordinate di Spica nell'anno B1950.0[15] = JD 2433282,423)[16] (data di partenza):

[13] I lettori noteranno in questi calcoli della longitudine vera del Sole alcune differenze con le identiche formule usate per calcolare la nutazione. Queste differenze riguardano la quarta e la quinta cifra decimale dei coefficienti numerici. Ciò è dovuto al fatto che, come dice espressamente Meeus, il calcolo della longitudine vera del Sole per la posizione apparente delle stelle va effettuato con un numero maggiore di decimali rispetto al calcolo della longitudine media usato per il calcolo della nutazione. In generale si tenga presente che i calcoli astronomici vanno eseguiti con un elevato numero di decimali, pena una precisione insufficiente nei risultati, e gli eventuali arrotondamenti vanno fatti *sul risultato finale dei calcoli*. Nel suo libro *Astronomical Algorithms* Meeus dedica l'intero secondo capitolo all'accuratezza da usare nei calcoli. Il problema non è posto soltanto dalle formule, ma anche dalle macchine di calcolo usate: non sempre quest'ultime eseguono i calcoli con una precisione sufficiente, a causa degli arrotondamenti che i software impongono loro. E' bene dunque verificare l'accuratezza degli arrotondamenti delle macchine calcolatrici usate, come descritto nel citato cap. II di Meeus 2005 (in cui sono date anche procedure di verifica cui sottoporle), ed eseguire i calcoli con il massimo dei decimali *significativi* consentiti. Attenzione però:
a) alla differenza che corre tra il numero dei decimali della mantissa usata per i calcoli e quello dei decimali visualizzati sul display: è il numero dei decimali usato dalla mantissa del calcolatore che deve essere massimo (oltre 10 decimali)! Un calcolatore che esegua calcoli con una mantissa di 5-6 decimali soltanto non è sufficiente;
b) alla differenza che corre tra numero di decimali e numero di decimali *significativi*, cioè diversi da 0. Un calcolatore che esegua calcoli con una mantissa di soli 6-8 decimali significativi non è sufficiente.

[14] In queste formule, da usarsi nel sistema FK4, mancano i cosiddetti "termini E" che contengono l'eccentricità dell'orbita terrestre. Essi devono invece essere inseriti quando si calcola l'aberrazione della luce nel sistema FK5, come descritto nella nota 1.

α = 13h 22m 33.301s

δ = -10° 54' 03.36"

mpα/a[17] = -0h 00m 00,0029s (± 0,001) = -0,0000120833333 (± 0,001)

mpδ/a = -0°00'00,033" (± 0,001)

Poiché l'ascensione retta α è data in unità di tempo, la si riduce a gradi sessagesimali moltiplicandola per 15:

α 13h 22m 33,301s * 15 = 200°39'29,11".

Poi si calcola[18]:

T_0 = (2433282,423 – 2415020,313) / 36524,2199 = 0,499999987679
T = (1848974,04186 – 2433282,423) / 36524,2199 = -15,9978332936
$\alpha_0 = \alpha + [(T * 100) * mp\alpha]$ = 200,658084882
$\delta_0 = \delta + [(T * 100) * mp\delta]$ = -10,8862686528
ζ = 0°00'2304,948" * T + 0°00'00,302" * T² + 0°00'00,018" * T³ = -10,241828012
z = 0°00'2304,948" * T + 0°00'01,093" * T² + 0°00'00,019" * T³ = -10,1867316721
θ = 0°00'2004,255" * T - 0°00'00,426" * T² - 0°00'00,042" * T³ = -8,889111380897
A = cos δ_0 * sin ($\alpha_0 + \zeta$) = -0,177544568356
B = cos θ * cos δ_0 * cos ($\alpha_0 + \zeta$) - sin θ * sin δ_0 = -0,983403713199
C = sin θ * cos δ_0 * cos ($\alpha_0 + \zeta$) + cos θ * sin δ_0 = -0,0373505436894
tan (α_1- z) = A/B = 10,2339882674 + 180° = 190,233988267[19]
sin δ_1 = C = -0,0373505436894
α_1 = 180,047256595
δ_1 = -2,14052640769
T = (JD - 2415020,0) / 36525 = -15,4974937205
L☉ = 279,6967° + 36000,7689° * T + 0,000303° * T² = -557641,920487
L☾ = 270,4342° + 481267,8831° * T - 0,001133° * T² = -7458175,83412
M☉ = 358,4758° + 35999,0498° * T - 0,000150° * T² = -557536,608444
M☾ = 296,1046° + 477198,8491° * T + 0,009192° * T² = -7395087,85508
Ω☾ = 259,1833° - 1934,1420° * T + 0,002078° * T² = 30234,0358776
$\Delta\psi$ = - (17,2327" + 0,01737" * T) * sen Ω☉ - (1,2729" + 0,00013" * T) * sen (2L☉) + 0,2088" * sen (2Ω☉) - 0,2037" * sen (2L☾) + (0,1261" - 0,00031" * T) * sen M☉ + 0,0675" * sen M☾ - (0,0497" - 0,00012" * T) * sen (2L☉ + M☉) - 0,0342" * sen (2L☾ - Ω☉) - 0,0261" * sen (2L☾ + M☾) + 0,0214" * sen (2L☉ - M☉) - 0,0149" * sen (2L☉ - 2L☾ + M☾) + 0,0124" * sen (2L☉ - Ω☉) + 0,0114" * sen (2L☾ - M☾) = 0,0005968330633
$\Delta\varepsilon$ = + (9,21" + 0,00091" * T) * cos Ω☉ + (0,5522" - 0,00029" * T) * cos (2L☉) - 0,0904" * cos (2Ω☉) + 0,0884" * cos 2L☾ + 0,0216" * cos (2L☉ + M☉) + 0,0183" * cos (2L☾ - Ω☉) +

---

[15] Ho volutamente riproposto lo stesso esempio di Spica del mio precedente articolo *Il calcolo FK4 B1950.0 della precessione delle stelle* (Codebò 2011) per mostrare l'uguaglianza dei risultati. In effetti, l'algoritmo FK4 B1950.0 non è che un caso particolare, determinato dall'uso di coordinate stellari B1950.0, dell'algoritmo FK4 B1900.0.
[16] Non possiamo utilizzare le coordinate J2000.0 perché appartengono al sistema FK5, leggermente differente dal sistema FK4.
[17] /a = all'anno.
[18] Sono evidenziate col colore le ascensioni rette e le declinazioni corrette, rispettivamente, per i moti propri (α_1 e δ_1); la nutazione (α_2 e δ_2) e l'aberrazione annua (α_3 e δ_3).
[19] Per ottenere la tangente nel quadrante corretto si aggiungono 180° se il denominatore della frazione è minore di zero, come in questo caso.

0,0113” * cos (2L☾ + M☾) - 0,0093” * cos (2L⊙ - M⊙) - 0,0066” * cos (2L⊙ - Ω⊙) = 0,0026583762126
U = T / 100 = -0,154974937205
ε = 23°26’21,448” - 0°00’4680,93” * (T / 100) - 0°00’01,55” * $(T / 100)^2$ + 0°00’1999,25” * $(T / 100)^3$ - 0°00’51,38” * $(T / 100)^4$ - 0°00’249,67” * $(T / 100)^5$ - 0°00’39,05” * $(T / 100)^6$ + 0°00’07,12” * $(T / 100)^7$ + 0°00’27,87” * $(T / 100)^8$ + 0°00’05,79” * $(T / 100)^9$ + 0°00’02,45” * $(T / 100)^{10}$ = 23,6387189984
α_2 = (cos ε + sen ε * sen α_1 * tan δ_1) * $\Delta\psi$ - (cos α_1 * tan δ_1) * $\Delta\varepsilon$ = 0,0049692578286
δ_2 = (sen ε * cos α_1) * $\Delta\psi$ + (sen α_1) * $\Delta\varepsilon$ = -0,0018935084802
*L⊙ = 279,69668° + 36000,76892° * T + 0,0003025° * T² = -557641,920938*
M⊙ = 358,47583° + 35999,04975° * T - 0,00015 * T² - 0,0000033° * T³ = -557536,595356
C⊙ = + (1,91946° - 0,004789° * T - 0,000014° * T²) * sen M + (0,020094° - 0,0001° * T) * sen (2M) + 0,000293° * sen (3M) = 1,92610755743
L_v⊙ = L⊙ + C⊙ = -557639,99483
A = 153,23° + 22518,7541° * -15,4974937205 = -348831,020257
B = 216,57° + 45037,5082° * -15,4974937205 = -697751,930515
C = 312,69° + 32964,3577° * -15,4974937205 = -510552,236455
D = 350,74° + 445267,1142° * -15,4974937205 – 0,00144° * $(-15,4974937205)^2$ = -6900173,91209
E = 231,19° + 20,20° * -15,4974937205 = -81,8593731534
L_v⊙ + 0,00134° * cos A + 0,00154° * cos B + 0,002 * cos C + 0,00179 * sen D + 0,00178° * sen E = -557639,996176
α_3= -0°00’20,49” * [(cos α_1 * cos L☾ * cos ε + sen α_1 * sen L☾) / cos δ_1] = 0,0000838887732
δ_3 = -0°00’20,49” * [cos L☾ * cos ε * (tan ε * cos δ_1 - sen α_1 * sen δ_1) + cos α_1 * sen δ_1* sen L☾] = -0,0011609627891
$\alpha_4 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$ = 180,052309742° = 12h 00m 12,55s
$\delta_4 = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$ = -2,14358305789° = -2°08’36,89”.

Risulta quindi che Spica in data 20/03/350 d. C., alle ore 13h 00m 17s UT, aveva la *posizione apparente* FK4 α_4 12h 00m 12,55s e δ_4 -2°08’36,89”.

Trasformiamo[20] tali coordinate nel sistema FK5[21]:

T = (1848974,04186 – 2451545,0) / 36525 = -16,4974937205 secoli giuliani

$\Delta\alpha$ = 0h00m00,0775s + 0h00m00,0850s * -16,4974937205 = -0,0007446785359

$\alpha_5 = \alpha_4 + \Delta\alpha$ = -0,0007446785359 + 12h00m12,55s = 12h00m09,87s

Dunque, nel sistema FK5 le coordinate apparenti di Spica alla data 20/03/350 d. C. ore 13h 00m 17s UT. (equinozio di primavera) erano:

α_5 = 12h00m09,87s

δ_5 = -2°08’36,89”.

[20] Tutte le altre condizioni sono già state osservate nell’algoritmo FK4 B1900.0.
[21] Il giorno giuliano della data di riferimento J2000.0 per il sistema FK5 è 2451545.0.

ALTRI ESEMPI NUMERICI

1) calcolare le coordinate equatoriali di *β Tauri* al mezzogiorno del 01/01/4061 a. C. JD 238143,0

α 1950 = 5h 23m 07,71s

δ 1950 = 26°34’01,74”

mpα = 0,0019s

mpδ = -0,175”

α_4 01/01/4061 a. C. = 23h 50m 53,37s

δ_4 01/01/4061 a. C. = 2°10’48,87”

2) calcolare le coordinate equatoriali di *ζ Tauri* al mezzogiorno del 01/01/4061 a. C. JD 238143,0

α 1950 = 5h 34m 39,263s

δ 1950 = 21°06’50”

mpα = 0,0001s

mpδ = -0,022”

α_4 01/01/4061 a. C. = 0h 08m 58,93s

δ_4 01/01/4061 a. C. = -2°12’36,42”

3) calcolare le coordinate equatoriali di *α Ophiuchi* (*Ras al Hague*) al mezzogiorno del 01/01/3000 a. C. JD 625674,0

α 1950 = 17h 32m 36,696s

δ 1950 = 12°35’41,92”

mpα = 0,008s

mpδ = -0,227”

α_4 01/01/3000 a. C. = 13h 50m 24,05s

δ_4 01/01/3000 a. C. = 28°15’36,44”.

ALGORITMO SINTETICO[22]

Di seguito viene dato l'intero algoritmo con il calcolo tradizionale degli effetti del moto proprio delle stelle.

1) CALCOLO DEI TEMPI

$$T_0 = (JD_0 – 2415020.313) / 36524,2199 \text{ (data di partenza dal B1900.0)}$$

$$T = (JD – JD0) / 36524,2199 \text{ (data di arrivo)}$$

2) CALCOLO DEI MOTI PROPRI (METODO TRADIZIONALE)

$$\alpha_0 = \alpha + [(T * 100) * mp\alpha]$$

$$\delta_0 = \delta + [(T * 100) * mp\delta]$$

3) CALCOLO DELLA PRECESSIONE (POSIZIONE MEDIA[23] DELLA STELLA)

$$\zeta = (0°00'2304,250'' + 0°00'01,396'' *T_0) * T + 0°00'00,302'' * T^2 + 0°00'00,018'' * T^3$$

$$z = \zeta + 0°00'00,791'' * T^2 + 0°00'00,01'' * T^3$$

$$\theta = 0°00'2004,682'' – 0°00'00,853'' * T_0) * T - 0°00'00,426'' * T^2 - 0°00'00,042'' * T^3$$

$$A = \cos \delta_0 * \sin (\alpha_0 + \zeta)$$

$$B = \cos \theta * \cos \delta_0 * \cos (\alpha_0 + \zeta) - \sin \theta * \sin \delta_0$$

$$C = \sin \theta * \cos \delta_0 * \cos (\alpha_0 + \zeta) + \cos \theta * \sin \delta_0$$

$$\alpha_1 = \arctan (\alpha_0 - z) = (A / B)$$

$$\delta_1 = \arcsin \delta_0 = C$$

---

[22] In formule come tan $(\alpha – z) = A / B$; sen $\delta = C$; cos $\psi = (\Delta^2 + 0,4768) / 2\Delta$; ecc., il risultato che si ottiene è naturalmente il valore della tangente, del seno e del coseno. Per ricavare il valore in gradi sessagesimali di tali funzioni trigonometriche occorre calcolare l'arcotangente *arctan*, l'arcoseno *arcsen*, l'arcocoseno *arcos*. Con le tavole logaritmiche bastava cercare il valore della funzione trigonometrica ottenuta col calcolo e si passava immediatamente al suo corrispondente valore angolare sessagesimale. Nelle calcolatrici elettroniche moderne, cosiddette "scientifiche" perché hanno appunto le funzioni trigonometriche (e non solo!); occorre premere il tasto che generalmente, ma impropriamente, è indicato come $\tan^{-1}$; sen^{-1}; $\cos^{-1}$: la calcolatrice restituirà direttamente il valore angolare sessagesimale corrispondente alla funzione trigonometrica. Per calcolare la cotangente *cotan* (o anche *ctan*), la secante *sec* e la cosecante *cosec* con le suddette calcolatrici occorre calcolare, rispettivamente, la tangente il coseno ed il seno del reciproco del valore della funzione trigonometrica: arcotan X = arctan (1/X); arcsec X = arcos (1/X); arcosec X = arcsen (1/X).

[23] S'intende per posizione *media* di una stella in un dato istante la sua posizione sulla sfera celeste vista da un osservatore posto sul Sole e riferita all'eclittica ed all'equinozio medio dell'istante considerato (Meeus 1988, p. 71; 1990, p. 71; 2005, p. 149).

4) CALCOLO DELLA NUTAZIONE

$$T = (JD - 2415020{,}0) / 36525$$

$$L☉ = 279{,}6967° + 36000{,}7689° * T + 0{,}000303° * T^2$$

$$L☾ = 270{,}4342° + 481267{,}8831° * T - 0{,}001133° * T^2$$

$$M☉ = 358{,}4758° + 35999{,}0498° * T - 0{,}000150° * T^2$$

$$M☾ = 296{,}1046° + 477198{,}8491° * T + 0{,}009192° * T^2$$

$$\Omega☉ = 259{,}1833° - 1934{,}1420° * T + 0{,}002078° * T^2$$

$$\Delta\psi = - (17{,}2327'' + 0{,}01737'' * T) * \text{sen } \Omega☉ - (1{,}2729'' + 0{,}00013'' * T) * \text{sen } (2L☉) + 0{,}2088'' * \text{sen } (2\Omega☉) - 0{,}2037'' * \text{sen } (2L☾) + (0{,}1261'' - 0{,}00031'' * T) * \text{sen } M☉ + 0{,}0675'' * \text{sen } M☾ - (0{,}0497'' - 0{,}00012'' * T) * \text{sen } (2L☉ + M☉) - 0{,}0342'' * \text{sen } (2L☾ - \Omega☉) - 0{,}0261'' * \text{sen } (2L☾ + M☾) + 0{,}0214'' * \text{sen } (2L☉ - M☉) - 0{,}0149'' * \text{sen } (2L☉ - 2L☾ + M☾) + 0{,}0124'' * \text{sen } (2L☉ - \Omega☉) + 0{,}0114'' * \text{sen } (2L☾ - M☾)$$

$$\Delta\varepsilon = + (9{,}21'' + 0{,}00091'' * T) * \cos \Omega☉ + (0{,}5522'' - 0{,}00029'' * T) * \cos (2L☉) - 0{,}0904'' * \cos (2\Omega) + 0{,}0884'' * \cos 2L☾ + 0{,}0216'' * \cos (2L☉ + M☉) + 0{,}0183'' * \cos (2L☾ - \Omega☉) + 0{,}0113'' * \cos (2L☾ + M☾) - 0{,}0093'' * \cos (2L☉ - M☉) - 0{,}0066'' * \cos (2L☉ - \Omega☉)$$

$$U = T / 100$$

$$\varepsilon = 23°26'21{,}448'' - 0°00'4680{,}93'' * (T / 100) - 0°00'01{,}55'' * (T / 100)^2 + 0°00'1999{,}25'' * (T / 100)^3 - 0°00'51{,}38'' * (T / 100)^4 - 0°00'249{,}67'' * (T / 100)^5 - 0°00'39{,}05'' * (T / 100)^6 + 0°00'07{,}12'' * (T / 100)^7 + 0°00'27{,}87'' * (T / 100)^8 + 0°00'05{,}79'' * (T / 100)^9 + 0°00'02{,}45'' * (T / 100)^{10}$$

$$\alpha_2 = (\cos \varepsilon + \text{sen } \varepsilon * \text{sen } \alpha_1 * \tan \delta_1) * \Delta\psi - (\cos \alpha_1 * \tan \delta_1) * \Delta\varepsilon$$

$$\delta_2 = (\text{sen } \varepsilon * \cos \alpha_1) * \Delta\psi + (\text{sen } \alpha_1) * \Delta\varepsilon$$

5) CALCOLO DELL'ABERRAZIONE ANNUA DELLA LUCE

$$T = (JD - 2415020{,}0) / 36525$$

$$L☉ = 279{,}69668° + 36000{,}76892° * T + 0{,}0003025° * T^2$$

$$M☉ = 358{,}47583° + 35999{,}04975° * T - 0{,}00015 * T^2 - 0{,}0000033° * T^3$$

$$C☉ = + (1{,}91946° - 0{,}004789° * T - 0{,}000014° * T^2) * \text{sen } M☉ + (0{,}020094° - 0{,}0001° * T) * \text{sen } (2M☉) + 0{,}000293° * \text{sen } (3M☉)$$

$$L_v☉ = L☉ + C☉$$

$$\alpha_3 = -0°00'20{,}49'' * [(\cos \alpha_1 * \cos L☉ * \cos \varepsilon + \text{sen } \alpha_1 * \text{sen } L☉) / \cos \delta_1]$$

$$\delta_3 = -0°00'20{,}49'' * [\cos L☉ * \cos \varepsilon * (\tan \varepsilon * \cos \delta_1 - \text{sen } \alpha_1 * \text{sen } \delta_1) + \cos \alpha_1 * \text{sen } \delta_1 * \text{sen } L☉]$$

6) Calcolo della posizione apparente

$$\alpha_4 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$$

$$\delta_4 = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$$

7) Eventuale trasformazione dei dati da FK4 a FK5

$$T = (JD - 2451545.0) / 36525$$

$$\alpha_5 = \alpha_4 + 0h00m00{,}0775s + 0h00m00{,}0850s * T$$

FK4 B1900.0 programmato per la calcolatrice CASIO FX 9700GE

FK4B1900

```
?→J:?→T:?→X:?→Y:?→A:?→B
((J–2415020.3135)⌟36524.2199):Ans→Z[1]◢
((T–J)÷36524.2199:Ans→Z[41]◢
X+A×(Z[41]×100):Ans→Z[2]◢
Y+B×(Z[41]×100):Ans→Z[3]◢
(0˚00˚2304.250˚+0˚00˚01.396˚Z[1])Z[41]+0˚00˚00.302˚(Z[41])²+0˚00˚00.018˚(Z[41])^3:Ans→Z[4]◢
Z[4]+0˚00˚00.791˚(Z[41])²+0˚00˚00.001˚(Z[41])^3:Ans→Z[5]◢
((0˚00˚2004.682˚–0˚00˚00.853˚(Z[1]))Z[41]–0˚00˚00.426˚Z[41]²–0˚00˚00.042˚(Z[41])^3:Ans→Z[6]◢
cos Z[3]sin (Z[2]+Z[4]):Ans→Z[7]◢
cos Z[6]cos Z[3]cos (Z[2]+Z[4])–sin Z[6]sin Z[3]:Ans→Z[8]◢
sin Z[6]cos Z[3]cos (Z[2]+Z[4])+cos Z[6]sin Z[3]:Ans→Z[9]◢
tan⁻¹ (Z[7]÷Z[8]):Ans→Z[40]◢
Z[8]<0⇒Z[40]+180:Ans→Z[40]◢
Z[40]+Z[5]:Ans→Z[10]◢
sin⁻¹ Z[9]:Ans→Z[11]◢
(T–2415020.000)⌟36525.0000:Ans→Z[12]◢
279.6967+36000.7689Z[12]+0.000303(Z[12])²:Ans→Z[13]◢
270.4342+481267.8831Z[12]–0.001133(Z[12])²:Ans→Z[14]◢
358.4758+35999.0498Z[12]–0.000150(Z[12])²:Ans→Z[15]◢
296.1046+477198.8491Z[12]+0.009192(Z[12])²:Ans→Z[16]◢
259.1833–1934.1420Z[12]+0.002078(Z[12])²:Ans→Z[17]◢
-(0˚00˚17.2327˚+0˚00˚00.01737˚Z[12])sin Z[17]–(0˚00˚01.2729˚+0˚00˚00.00013˚Z[12])sin (2Z[13])+0˚0
0˚00.2088˚sin (2Z[17])–0˚00˚00.2037˚sin (2Z[14])+(0˚00˚00.1261˚–0˚00˚00.00031˚Z[12])sin Z[15]+0˚0
0˚00.0675˚sin Z[16]–(0˚00˚00.0497˚–0˚00˚00.00012˚Z[12])sin (2Z[14]+Z[15]–0˚00˚00.0342˚sin (2Z[14]
)–Z[17])–0˚00˚00.0261˚sin (2Z[14]+Z[16])+0˚00˚00.0214˚sin (2Z[13]–Z[15])–0˚00˚00.0149˚sin (2Z[13]
–2Z[14]+Z[16])+0˚00˚00.0124˚sin (2Z[13]–Z[17])+0˚00˚00.0114˚sin (2Z[14]–Z[16]):Ans→Z[18]◢
+(0˚00˚09.21˚+0˚00˚00.00091˚Z[12])cos Z[17]+(0˚00˚00.5522˚–0˚00˚00.00029˚Z[12])cos (2Z[13])–0˚00˚
00.0904˚cos (2Z[17])+0˚00˚00.0884˚cos (2Z[14])+0˚00˚00.0216˚cos (2Z[13]+Z[15])+0˚00˚00.0183˚cos (
2Z[14]–Z[17])+0˚00˚00.0113˚cos (2Z[14]+Z[16])–0˚00˚00.0093˚cos (2Z[13]–Z[15])–0˚00˚00.0066˚cos (2
Z[13]–Z[17]):Ans→Z[19]◢
Z[12]⌟100:Ans→Z[20]◢
23˚26˚21.448˚–0˚00˚4680.93˚Z[20]–0˚00˚01.55˚(Z[20])²+0˚00˚1999.25˚(Z[20])^3–0˚00˚51.38˚(Z[20])^4–
0˚00˚249.67˚(Z[20])^5–0˚00˚39.05˚(Z[20])^6+0˚00˚07.12˚(Z[20])^7+0˚00˚27.87˚(Z[20])^8+0˚00˚05.79˚(
Z[20])^9+0˚00˚02.45˚(Z[20])^10:Ans→Z[21]◢
279.69668˚+36000.76892˚Z[12]+0.0003025˚(Z[12])²:Ans→Z[22]◢
358.47583˚+35999.04975˚Z[12]–0.00015˚(Z[12])²–0.0000033˚(Z[12])^3:Ans→Z[23]◢
(1.919460˚–0.004789˚Z[12]–0.000014˚(Z[12])²)sin Z[23]+(0.020094˚–0.0001˚Z[12])sin (2Z[23])+0.0002
93˚sin (3Z[23]):Ans→Z[24]◢
Z[22]+Z[24]:Ans→Z[25]◢
153.23˚+22518.7541˚Z[12]:Ans→Z[26]◢
216.57˚+45037.5082˚Z[12]:Ans→Z[27]◢
312.69˚+32964.3577˚Z[12]:Ans→Z[28]◢
350.74˚+445267.1142˚Z[12]–0.00144˚(Z[12])²:Ans→Z[29]◢
231.19˚+20.20˚Z[12]:Ans→Z[30]◢
Z[25]+0.00134˚cos Z[26]+0.00154˚cos Z[27]+0.0002˚cos Z[28]+0.00179˚sin Z[29]+0.00178˚sin Z[30]:An
s→Z[31]◢
360Int (Z[31]÷360):Ans→Z[32]◢
Z[31]–Z[32]:Ans→Z[33]◢
-0˚00˚20.49˚×((cos Xcos Z[33]cos Z[21]+sin Xsin Z[33])⌟cos Y):Ans→Z[34]◢
-0˚00˚20.49˚(cos Z[33]cos Z[21](tan Z[21]cos Y–sin Xsin Y)+cos Xsin Ysin Z[33]):Ans→Z[35]◢
(cos Z[21]+sin Z[21]sin Xtan Y)Z[18]–(cos Xtan Y)Z[19]:Ans→Z[36]◢
(sin Z[21]cos X)Z[18]+sin X×Z[19]:Ans→Z[37]◢
Z[10]+Z[34]+Z[36]◢
Ans÷15:Ans→Z[39]◢
Z[39]<0⇒24+Z[39]◢
Z[11]+Z[35]+Z[37]◢
```

Ringraziamenti

Si ringrazia caldamente la dott.ssa Elena Salvo per la puntuale e ripetuta correzione delle bozze e tutti coloro che hanno contribuito in qualsiasi modo alla stesura ed alla pubblicazione di questo articolo. Un grazie particolare a Giuseppe Veneziano per la pazienza quasi “eroica” nel sopportare, anno per anno, i ritardi di consegna delle relazioni da parte degli autori e l’encomiabile costanza nell’organizzare i seminari A.L.S.S.A.

Bibliografia

Codebò Mario (1997) *Problemi generali del rilevamento archeoastronomico*. In: Atti del I seminario A.L.S.S.A. di Archeoastronomia, Genova, pp. 39-109.

Codebò Mario (2010) *L’algoritmo giuliano del Sole (metodo JD)*, Atti del XII Seminario ALLSA di Archeoastronomia, Genova.

Codebò Mario (2011) *Il calcolo FK4 B1950.0 della precessione delle stelle*, Atti XIII Seminario ALSSA di Archeoastronomia, Genova.

Meeus Jean (1988) *Astronomical Formulae for Calculators*, Willmann-Bell Inc., Richmond, Virginia, USA.

Meeus Jean (1990) *Astronomia con il Computer*, Hoepli, Milano.

Meeus Jean (2002) *More matemathical astronomy morsels*, Willmann-Bell Inc., Richmond, Virginia, USA.

Meeus Jean (2005) *Astronomical Algorithms*, Willmann-Bell Inc., Richmond, Virginia, USA.

Meeus Jean (2009) *Matemathical astronomy morsels V*, Willmann-Bell Inc., Richmond, Virginia, USA.

Pannunzio Renato (2002) *Moti Propri della Terra e Scale di Tempo nell’Astronomia Moderna*, INAF-Osservatorio Astronomico di Torino, Pino Torinese (TO).

Smart William Marshall (1977) *Textbook on Spherical Astronomy*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.

Zagar Francesco (1984) *Astronomia Sferica e Teorica*, Zanichelli, Bologna.