

Dall'altezza misurata all'altezza vera



Mario Codebò

Archeoastronomia Ligustica, ALSSA, SAIIt, SIA

info@archaeoastronomy.it

www.archaeoastronomy.it

Il presente articolo corregge le varie formule – semplificata, geodetica e nautica – per la trasformazione dell'altezza misurata ho con uno strumento ad orizzonte artificiale in altezza vera hv .

Negli algoritmi passati (Codebò 1997, pp. 17-39; 2010, pp. 36-50; 2014, pp. 152-170) era presente la correzione per la depressione dell'orizzonte $0,03\sqrt{e}$ (oppure $0,03\sqrt{Q}$), dove e (o Q) sono l'altezza o quota sul livello del mare dell'occhio dell'osservatore, compresa l'altezza dell'occhio dal suolo. Verifiche successive hanno dimostrato che questa correzione si apporta solo con gli strumenti a riflessione – quale il sestante – perché in essi si porta l'astro, visto in uno specchio, a contatto con l'orizzonte apparente che non coincide con quello geometrico o reale per effetto dell'atmosfera. Invece, con gli strumenti ad orizzonte artificiale (a bolla, a gravità, a giroscopio, ecc.), l'altezza dell'astro è misurata rispetto alla linea orizzontale passante per lo strumento, quindi senza l'effetto deviante dell'atmosfera¹

Di conseguenza, le formule in passato usate²:

1) Semplificata

$$hv = ho^\circ - (0,03 * \sqrt{Q}) - R^\circ \pm Sd^\circ + (P^\circ * \cos ho^\circ).$$

2) Nautica

$$hv^\circ = ho^\circ - 0,03 \times \sqrt{Q} - R^\circ \pm Sd^\circ \times [1 + \text{sen} (ho^\circ - 0,03 \times \sqrt{Q} - R^\circ) \times \text{sen } P^\circ] + [P^\circ - P^\circ \times (1 \div 298,257) \times (\text{sen } \varphi^\circ)^2] \times \cos (ho^\circ - 0,03 \times \sqrt{Q} - R^\circ)$$

3) Geodetica

$$hv^\circ = ho^\circ - 0,03 \times \sqrt{Q} - R^\circ \pm Sd^\circ \times \{1 + \text{sen} [ho^\circ - 0,03 \times \sqrt{Q} - R^\circ] \times \text{sen } P^\circ\} + \arcsen \{[0,9983271 + 0,0016764 \times \cos (2 \times \varphi^\circ) - 0,0000035 \times \cos (4 \times \varphi^\circ)] \times \text{sen } P^\circ \times \cos (ho^\circ - 0,03 \times \sqrt{Q} - R^\circ)\}$$

vanno così modificate³:

1) Formula Semplificata

$$hv = ho^\circ - R^\circ \pm Sd^\circ + (P^\circ * \cos ho^\circ).$$

2) Formula Nautica

$$hv^\circ = ho^\circ - R^\circ \pm Sd^\circ \times [1 + \text{sen} (ho^\circ - R^\circ) \times \text{sen } P^\circ] + [P^\circ - P^\circ \times (1 \div 298,257) \times (\text{sen } \varphi^\circ)^2] \times \cos (ho^\circ - R^\circ)$$

3) Formula Geodetica

$$hv^\circ = ho^\circ - R^\circ \pm Sd^\circ \times \{1 + \text{sen} [ho^\circ - R^\circ] \times \text{sen } P^\circ\} + \arcsen \{[0,9983271 + 0,0016764 \times \cos (2 \times \varphi^\circ) - 0,0000035 \times \cos (4 \times \varphi^\circ)] \times \text{sen } P^\circ \times \cos (ho^\circ - R^\circ)\}$$

¹ Per un'esauriente disamina sugli orizzonti naturali, quelli artificiali e sui relativi strumenti, si vedano: Flora 1987, capp. XII e XIII; Nastro e Messina 2003, cap. 2.

² In verde sono indicate le correzioni per la depressione dell'orizzonte.

³ Formule valide per Sole e Luna. Per i pianeti occorre eliminare il semidiametro Sd e per le stelle anche la parallasse P° .

L'eliminazione della depressione dell'orizzonte provoca una differenza nei risultati, evidenziata nelle tabelle seguenti, e di conseguenza, anche nella declinazione δ sottesa dal monumento misurato⁴. Si tratta però di differenze relativamente modeste, minori di 1° e maggiori di 30', sia in altezza che in declinazione, che non inficiano sostanzialmente le conclusioni finali.

Tab. n. 1 (ho 0°; R 0°36'29"; Sd 0°16'; P 0°00'08,764148"; ϕ 45°)

ho 0°00'00"; Q. m. 500	Formula semplificata	Formula nautica	Formula geodetica
Con depressione dell'orizzonte	- 1°00'35,16"	- 1°00'35,21"	- 1°00'35,18"
Senza depressione dell'orizzonte	- 0°20'20,21"	- 0°20'20,22"	- 0°20'20,22"
Differenza Δ	- 0°40'14,95"	- 0°40'14,99"	- 0°40'14,96"

Tab. n. 2: S. Lucio di Tiss (IGM 1:100000 ϕ 46°37'21,89"N; λ 10°50'21,80"E; Q. m. 698 + m 1,65):

A 298°18'30" ⁵ ; ho 12°30'	hv	$\delta\odot$
Con depressione orizzonte	+ 11°54'14,89"	+ 27°56'40,48"
Senza depressione orizzonte	+ 12°41'51,59"	+ 28°31'18,16"
Differenza Δ	- 00°47'36,70"	- 00°34'37,68"

A 208°38'30"; ho 9°	hv	$\delta\odot$
Con depressione dell'orizzonte	+ 8°22'38,99"	- 29°22'07,68"
Senza depressione dell'orizzonte	+ 9°10'15,69"	- 28°38'01,08"
Differenza Δ	- 0°29'23,30"	+00°44'06,60"

Tab. n. 3: S. Vigilio di Morter (IGM 1:100000 ϕ 46°36'29"N; λ 10°49'23"E; Q. m. 701 + m. 1,65)

A 86°18'30"; ho 5°	hv	$\delta\odot$
Con depressione dell'orizzonte	+ 4°18'33,95"	+ 5°39'54,05"
Senza depressione dell'orizzonte	+ 5°06'16,76"	+ 6°14'28,14"
Differenza Δ	- 0°47'42,81"	- 0°34'34,092

⁴ Mi riprometto di rivedere in futuro i risultati pubblicati su tutti i miei articoli.

⁵ Gli azimut sono corretti per la declinazione magnetica calcolata col Magnetic Declination Calculator del Natural Resources Canada <http://www.geomag.nrcan.gc.ca/calc/mdcalc-eng.php>

A 266°18'30"; ho 5°	h_v	δ_⊙
Con depressione dell'orizzonte	+ 4°18'33,95"	+ 0°36'05,03"
Senza depressione dell'orizzonte	+ 5°06'16,76"	+ 1°10'48,97"
Differenza Δ	- 0°47'42,81"	- 0°34'45,94"

Tab. n. 4: N. S. della Palude, parrocchia di Vipiteno (IGM 1:100000 φ 46°53'25,30"N; λ 11°25'54"E; Q. m. 945)

A 67°03'30"; ho 9°30'	h_v	δ_⊙
Con depressione dell'orizzonte	+ 8°18'13,78"	+ 20°59'04,69"
Senza depressione dell'orizzonte	+ 9°40'33,67"	+ 21°59'20,91"
Differenza Δ	- 1°22'19,89"	- 01°00'16,22"

Nella tabella n. 5 sono dati i valori della depressione dell'orizzonte per diverse altezze tabellate di m 100 in m 100 da Q. m. 0 (livello del mare) a Q. m. 1000 sul livello del mare, successivamente di m 1000 in m 1000 da Q. m. 1000 a Q. m. 5000 ed infine a Q. m 10000. Come si può vedere, la depressione dell'orizzonte aumenta sempre meno all'aumentare della quota sul livello del mare.

Tab. n. 5

Depressione orizzonte	H_v	Differenza Δ
0,03√0°	- 0°20'20,21"	
0,03√100	- 0°38'20,21"	- 0°18'00"
0,03√200	- 0°45'47,56"	- 0°07'27,35"
0,03√300	- 0°51'30,82"	- 0°05'43,26"
0,03√400	- 0°56'20,21"	- 0°04'49,39"
0,03√500	- 1°00'35,16"	- 0°04'14,95"
0,03√600	- 1°04'25,65"	- 0°03'50,49"
0,03√700	- 1°07'57,62"	- 0°03'31,97"
0,03√800	- 1°11'14,91"	- 0°03'17,29"
0,03√900	- 1°14'20,21"	- 0°03'05,3"
0,03√1000	- 1°17'15,47"	- 0°02'55,26"
0,03√2000	- 1°40'50,11"	- 0°23'34,64"
0,03√3000	- 1°58'55,61"	- 0°18'05,50"
0,03√4000	- 2°14'10,73"	- 0°15'15,12"
0,03√5000	- 2°27'36,96"	- 0°13'26,23"
0,03√10000	- 3°20'20,21"	- 0°52'43,25"

Un particolare problema si pone quando l'altezza misurata ho dell'orizzonte è minore di 0° ($ho < 0^\circ$), caso che si presenta quando un monumento, ubicato su alture, ha un asse diretto verso l'orizzonte marino⁶. Non si possono allora usare le tabelle della rifrazione⁷, essendo esse tabulate da 0° a 90° , ma si deve ricorrere alle formule che calcolano la rifrazione in funzione dell'altezza misurata ho , della pressione e della temperatura atmosferiche. La migliore attualmente è quella proposta da G. G. Bennet, dell'Università del Galles Meridionale Meeus 2005, cap. XVI) e riportata qui di seguito:

P: Pressione atmosferica in millibar

T: temperatura atmosferica in gradi Celsius

R': rifrazione atmosferica in primi sessagesimali

R°: rifrazione atmosferica in gradi sessagesimali

ho: altezza misurata con gli strumenti

hv: altezza vera (calcolata o nota)

$$R_1' = 1 / \tan [ho + 731 / (ho + 4,4)]$$

$$R_2' = -0,06 * \text{sen} (14,7 * R_1' + 13)^8$$

Se $ho = 90^\circ$, aggiungere 0,0013515 ad R_1' per ottenere $0^\circ 00' 00''$ esatti (allo zenith la rifrazione è nulla), perché la formula di Bennet allo zenit restituisce erroneamente $R_2' = -0^\circ 00' 00,8''$. Così scritta, essa è concepita per un osservatore al livello del mare, con pressione atmosferica $P = 1010$ mb e temperatura atmosferica $T = 10^\circ$ Celsius. Ma l'effetto della rifrazione aumenta all'aumentare della pressione atmosferica P ed al diminuire della temperatura T . Per avere una maggiore precisione⁹ occorre moltiplicare R_2' per la seguente correzione:

$$P / 1010 * 283 / (273 + P)$$

Perciò l'intera formula di Bennet per il calcolo della rifrazione diventa:

$$R_1' = \{ 1 / \tan [ho + 731 / (ho + 4,4)] \} * \{ (P / 1010) * [283 / (273 + T)] \}$$

$$R_2' = -0,06 * \text{sen} (14,7 * R_1' + 13)^{10}$$

Tuttavia questa formula è valida per altezze d'orizzonte non superiori a $-1,7^\circ$, perché fino a tale valore la rifrazione correttamente cresce ma oltre prende erroneamente a diminuire e addirittura a diventare negativa a partire da $ho = -5^\circ$, come mostrato dalla tabella n. 6¹¹:

⁶ Caso relativamente frequente in Liguria, per esempio nelle tombe della necropoli romana d'Isasco (Bulgarelli, Codebò, de Santis 1998, pp. 206-220).

⁷ Come, per esempio, la tab. n. 22 delle Tavole Nautiche dell'I.I.M. (AA.VV. 1993).

⁸ R_1° altro non è che R_1' trasformata in gradi sessagesimali.

⁹ Che però è pur sempre affetta da errori dovuti a fattori molteplici ed in parte ineliminabili. Per una disamina completa sulla rifrazione atmosferica, si veda in: Bennet 1982, pp. 255 - 259; Smart 1977, cap. III; Zagar 1984, cap. X.

¹⁰ R_1° è sempre R_1' trasformata in gradi sessagesimali.

¹¹ Per comodità di calcolo e di semplificazione qui si sono adottati i valori di $P = 1010$ mb e $T = 10^\circ$ C. Tuttavia l'andamento non cambia al variare di P e di T .

Tab. n. 6

Altezza dell'orizzonte h_o	Rifrazione calcolata con la formula di Bennet	
0°	0°34'27,34"	
-0,5°	0°41'39,45"	
-1°	0°49'47,41"	
-1,1°	0°51'20,82"	
-1,2°	0°52'48,3"	
-1,3°	0°54'07,13"	
-1,4°	0°55'14,18"	
-1,5°	0°56'06,09"	
-1,6°	0°56'39,32"	
-1,7°	0°56'50,49"	
-1,8°	0°56'36,55"	
-1,9°	0°55'55,2"	
-2°	0°54'45,12"	
-3°	0°25'45,57"	
-4°	0°03'54,95"	
-5°	-0°03'14,79"	

Al momento quindi non è possibile apportare una correzione per la rifrazione sufficientemente corretta ad altezze di orizzonte maggiori di $-1,7^{\circ 12}$.

La formula inversa, per calcolare l'effetto della rifrazione per una data altezza vera h_v , dovuta a Sæmundsson, dell'Università dell'Islanda e consistente con quella di Bennet, è la seguente:

$$R_1' = \{1,02 / \tan [h_v + 10,3 / (h_v + 5,11)]\} / 60$$

$$R_1' * \{(P / 1010) * [283 / (273 + T)]\}$$

Anche in questo caso la formula non restituisce esattamente, come dovrebbe, $R_1' = 0^\circ$ per un'altezza vera di 90° ; occorre aggiungere 0,0019279 al secondo membro dell'equazione $R_1' = 1,02 / \tan [h_v + 10,3 / (h_v + 5,11)]$.

E' opportuno ricordare che l'altezza sull'orizzonte – detta angolo di estinzione – a cui un corpo celeste diventa visibile è pari alla sua magnitudine apparente (Gaspani ?; Cernuti e Gaspani 2006).

¹² Mi ripropongo di esaminare il problema in futuro, in cerca di una soluzione.

BIBLIOGRAFIA

AA.VV. (1993) *Tavole Nautiche*, Istituto Idrografico della Marina Militare Italiana, Genova.

Bulgarelli F., Codebò M., De Santis H. (1998) [La necropoli romana di Isasco \(SV\): aspetti archeologici ed astronomici](#), in: Atti del X Convegno di Storia dell'Astronomia "Lo sviluppo delle ricerche in meccanica ed in astronomia nell'ottocento e nel novecento & astronomia antica ed archeoastronomia", Università degli Studi di Milano - Istituto di Fisica Generale Applicata – Sez. di Storia della Fisica, Milano.

Cernuti S., Gaspani A. (2006) *Introduzione all'archeoastronomia: nuove tecniche di analisi dei dati*, Fondazione Giorgio Ronchi, Firenze.

Codebò Mario (1997) [Problemi generali del rilevamento archeoastronomico](#), in: Atti del I Seminario A.L.S.S.A. di Archeoastronomia, Genova.

Codebò Mario (2010) [L'algoritmo Giuliano del Sole](#). In: "Atti del XII seminario A.L.S.S.A. di Archeoastronomia".

Codebò M., Frosini A. (2014) [Il metodo nautico \(per il calcolo dell'azimut di un allineamento e della declinazione da esso sottesa\)](#), in: "Atti del XV Seminario A.L.S.S.A. di Archeoastronomia".

Flora Ferdinando (1987) *Astronomia Nautica*, Hoepli. Milano.

Gaspani Adriano (?) *Altezza ed azimut di prima visibilità delle stelle*, <http://www.brera.mi.astro.it/~gaspani/altezzae.htm>

Meeus Jean (2005) *Astronomical Algorithms*, Willmann–Bell Inc., Richmond, Virginia, USA.

Nastro V., Messina G. (2003) *Sistemi di navigazione aerea a lungo raggio*, Hoepli, Milano.

Smart W. M. (1977) *Textbook on spherical astronomy*, Cambridge University Press, U.K.

Zagar Francesco (1984) *Astronomia sferica e teorica*, Zanichelli, Bologna.

Smart William Marshall. (1977). *Textbook on Spherical Astronomy*, Cambridge University Press, Cambridge, U.K..

Tavole Nautiche. I.I.M., Genova, 1961.

Zagar Francesco (1984). *Astronomia sferica e teorica*, Zanichelli, Bologna.